Datenbanken 2

Indexstrukturen

Nikolaus Augsten

nikolaus.augsten@sbg.ac.at

FB Computerwissenschaften
Universität Salzburg

Version 2016-02-01

Wintersemester 2015/16

Inhalt

Literatur und Quellen

Lektüre zum Thema "Indexstrukturen":

- Kapitel 7 aus Kemper und Eickler: Datenbanksysteme: Eine Einführung. Oldenbourg Verlag, 2013.
- Chapter 11 in Silberschatz, Korth, and Sudarashan: Database System Concepts. McGraw Hill, 2011.

Danksagung Die Vorlage zu diesen Folien wurde entwickelt von:

- Michael Böhlen, Universität Zürich, Schweiz
- Johann Gamper, Freie Universität Bozen, Italien

Inhalt

Grundlagen/1

- Index beschleunigt Zugriff, z.B.:
  - Autorenkatalog in Bibliothek
  - Index in einem Buch
- Index-Datei besteht aus Datensätzen: den Index-Einträgen
- Index-Eintrag hat die Form
  (Suchschlüssel, Pointer)
  - *Suchschlüssel*: Attribut(menge) nach der Daten gesucht werden
  - *Pointer*: Pointer auf einen Datensatz (TID)
- Suchschlüssel darf mehrfach vorkommen
  (im Gegensatz zu Schlüsseln von Relationen)
- Index-Datei meist viel kleiner als die indizierte Daten-Datei

Grundlagen/2

- Merkmale des Index sind:
  - Zugriffszeit
  - Zeit für Einfügen
  - Zeit für Löschen
  - Speicherbedarf
  - effizient unterstützte Zugriffsarten
- Wichtigste Zugriffsarten sind:
  - Punktanfragen: z.B. Person mit SVN=1983-3920
  - Mehrpunktanfragen: z.B. Personen, die 1980 geboren wurden
  - Bereichsanfragen: z.B. Personen die mehr als 100.000 EUR verdienen

Grundlagen/3

Indextypen werden nach folgenden Kriterien unterschieden:

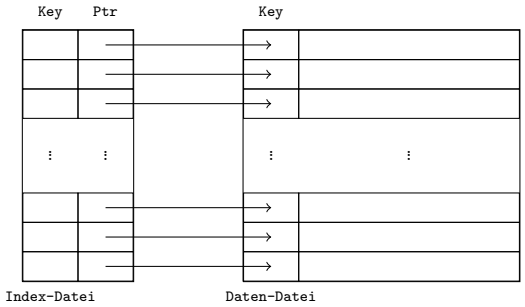
- Ordnung der Daten- und Index-Datei:
  - Primärindex
  - Clustered Index
  - Sekundärindex
- Art der Index-Einträgen:
  - sparse Index
  - dense Index

Nicht alle Kombinationen üblich/möglich:

- Primärindex ist oft sparse
- Sekundärindex ist immer dense

Primärindex/1

- Primärindex:
  - Datensätze in der Daten-Datei sind nach Suchschlüssel sortiert
  - Suchschlüssel ist eindeutig, d.h., Suche nach 1 Schlüssel ergibt (höchstens) 1 Tupel

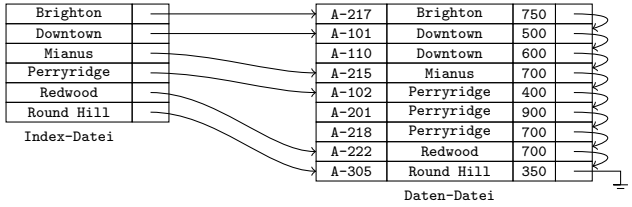


Primärindex/2

- Index-Datei:
  - sequentiell geordnet nach Suchschlüssel
- Daten-Datei:
  - sequentiell geordnet nach Suchschlüssel
  - jeder Suchschlüssel kommt nur 1 mal vor
- Effiziente Zugriffsarten:
  - Punkt- und Bereichsanfragen
  - nicht-sequentieller Zugriff (random access)
  - sequentieller Zugriff nach Suchschlüssel sortiert (sequential access)

Clustered Index

- Index-Datei:
  - sequentiell geordnet nach Suchschlüssel
- Daten-Datei:
  - sequentiell geordnet nach Suchschlüssel
  - Suchschlüssel kann *mehrfach* vorkommen
- Effiziente Zugriffsarten:
  - Punkt-, Mehrpunkt-, und Bereichsanfragen
  - nicht-sequentieller Zugriff (random access)
  - sequentieller Zugriff nach Suchschlüssel sortiert (sequential access)

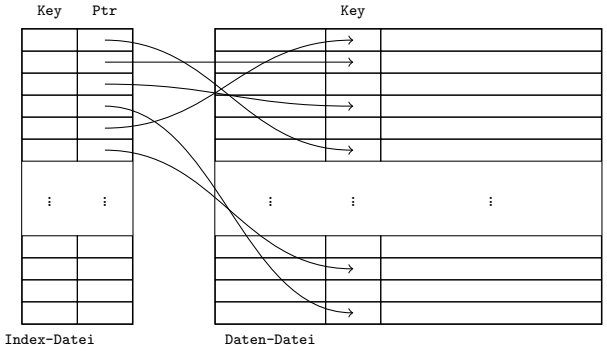


Sekundärindex/1

- Primär- vs. Sekundärindex:
  - nur 1 Primärindex (bzw. Clustered Index) möglich
  - beliebig viele Sekundärindizes
  - Sekundärindex für schnellen Zugriff auf alle Felder, die nicht Suchschlüssel des Primärindex sind
- Beispiel: Kontos mit Primärindex auf Kontonummer
  - Finde alle Konten einer bestimmten Filiale.
  - Finde alle Konten mit 1000 bis 1500 EUR Guthaben.
- Ohne Index können diese Anfragen nur durch sequentielles Lesen aller Knoten beantwortet werden – sehr langsam
- Sekundärindex für schnellen Zugriff erforderlich

Sekundärindex/2

- Index-Datei:
  - sequentiell nach Suchschlüssel geordnet
- Daten-Datei:
  - Suchschlüssel kann *mehrfach* vorkommen
  - *nicht* nach Suchschlüssel geordnet



Sekundärindex/3

- Effiziente Zugriffsarten:
  - sehr schnell für Punktanfragen
  - Mehrpunkt- und Bereichsanfragen: gut wenn nur kleiner Teil der Tabelle zurückgeliefert wird (wenige %)
  - besonders für nicht-sequentiellen Zugriff (random access) geeignet

Duplikate/1

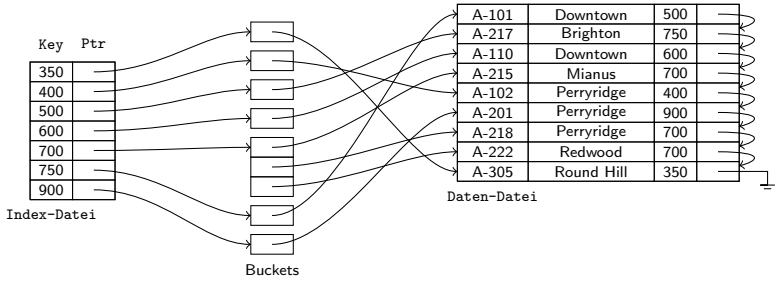
Umgang mit mehrfachen Suchschlüsseln:

(a) Doppelte Indexeinträge:
- ein Indexeintrag für jeden Datensatz

→ schwierig zu handhaben, z.B. in B^+-Baum Index

(b) Buckets:
- nur einen Indexeintrag pro Suchschlüssel
- Index-Eintrag zeigt auf ein Bucket
- Bucket zeigt auf alle Datensätze zum entsprechenden Suchschlüssel

→ zusätzlicher Block (Bucket) muss gelesen werden



Duplikate/2

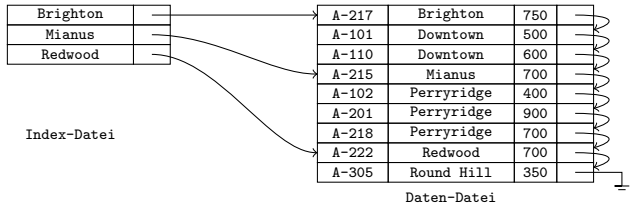
Umgang mit mehrfachen Suchschlüsseln:

(c) Suchschlüssel eindeutig machen:
- Einfügen: TID wird an Suchschlüssel angehängt (sodass dieser eindeutig wird)
- Löschen: Suchschlüssel und TID werden benötigt (ergibt genau 1 Index-Eintrag)
- Suche: nur Suchschlüssel wird benötigt (ergibt mehrere Index-Einträge)

→ wird in der Praxis verwendet

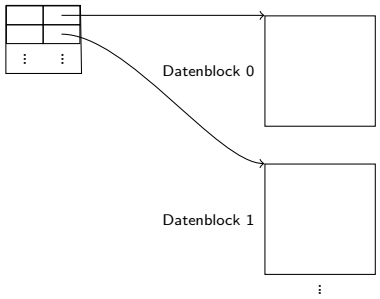
Sparse Index/1

- Sparse Index
  - ein Index-Eintrag für mehrere Datensätze
  - kleiner Index: weniger Index-Einträge als Datensätze
  - nur möglich wenn Datensätze nach Suchschlüssel geordnet sind (d.h. Primärindex oder Clustered Index)



Sparse Index/2

- Oft enthält ein sparse Index einen Eintrag pro Block.
- Der Suchschlüssel, der im Index für eine Block gespeichert wird, ist der kleinste Schlüssel in diesem Block.



Dense Index/1

- Dense Index:
  - Index-Eintrag (bzw. Pointer in Bucket) für jeden Datensatz in der Daten-Datei
  - dense Index kann groß werden (aber immer kleiner als Daten)
  - Handhabung einfacher, da ein Pointer pro Datensatz
- Sekundärindex ist immer dense

Gegenüberstellung von Index-Typen

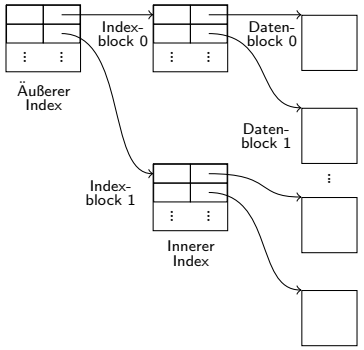
- Alle Index-Typen machen Punkt-Anfragen erheblich schneller.
- Index erzeugt Kosten bei Updates: Index muss auch aktualisiert werden.
- Dense/Sparse und Primär/Sekundär:
  - Primärindex kann dense oder sparse sein
  - Sekundärindex ist immer dense
- Sortiert lesen (=sequentielles Lesen nach Suchschlüssel-Ordnung):
  - mit Primärindex schnell
  - mit Sekundärindex teuer, da sich aufeinander folgende Datensätze auf unterschiedlichen Blocks befinden (können)
- Dense vs. Sparse:
  - sparse Index braucht weniger Platz
  - sparse Index hat geringere Kosten beim Aktualisieren
  - dense Index erlaubt bestimmte Anfragen zu beantworten, ohne dass Datensätze gelesen werden müssen ("covering index")

Mehrstufiger Index/1

- Großer Index wird teuer:
  - Index passt nicht mehr in Hauptspeicher und mehrere Block-Lese-Operationen werden erforderlich
  - binäre Suche: $\lfloor log_2 b \rfloor + 1$ Block-Lese-Operationen (Index mit b Blocks)
  - eventuelle Overflow Blocks müssen sequentiell gelesen werden
- Lösung: Mehrstufiger Index
  - Index wird selbst wieder indiziert
  - dabei wird der Index als sequentielle Daten-Datei behandelt

Mehrstufiger Index/2

- Mehrstufiger Index:
  - Innerer Index: Index auf Daten-Datei
  - Äußerer Index: Index auf Index-Datei
- Falls äußerer Index zu groß wird, kann eine weitere Index-Ebene eingefügt werden.



- Diese Art von (ein- oder mehrstufigem) Index wird auch als ISAM (Index Sequential Access Method) oder index-sequentielle Datei bezeichnet.

Mehrstufiger Index/3

- Index Suche
  - beginne beim Root-Knoten
  - finde alle passenden Einträge und verfolge die entsprechenden Pointer
  - wiederhole bis Pointer auf Datensatz zeigt (Blatt-Ebene)
- Index Update: Löschen und Einfügen
  - Indizes aller Ebenen müssen nachgeführt werden
  - Update startet beim innersten Index
  - Erweiterungen der Algorithmen für einstufige Indizes

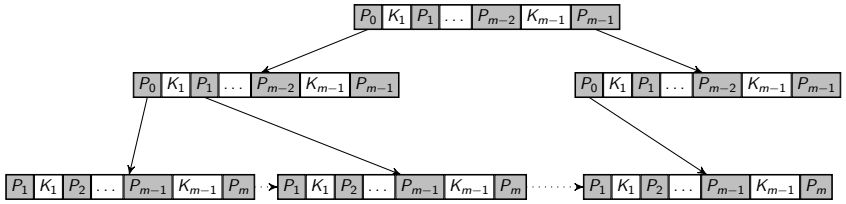
Inhalt

B^+-Baum/1

B^+-Baum: Alternative zu index-sequentiellen Dateien:

- Vorteile von B^+-Bäumen:
  - Anzahl der Ebenen wird automatisch angepasst
  - reorganisiert sich selbst nach Einfüge- oder Lösch-Operationen durch kleine lokale Änderungen
  - reorganisieren der gesamten Datei ist nie erforderlich
- Nachteile von B^+-Bäumen:
  - evtl. Zusatzaufwand bei Einfügen und Löschen
  - etwas höherer Speicherbedarf
  - komplexer zu implementieren
- Vorteile wiegen Nachteile in den meisten Anwendungen bei weitem auf, deshalb sind B^+-Bäume die meist-verbreitete Index-Struktur

B^+-Baum/2



- Knoten mit Grad m: enthält bis zu $m-1$ Suchschlüssel und m Pointer
  - Knotengrad $m > 2$ entspricht der maximalen Anzahl der Pointer
  - Suchschlüssel im Knoten sind sortiert
  - Knoten (außer Wurzel) sind mindestens halb voll
- Wurzelknoten:
  - als Blattknoten: 0 bis $m-1$ Suchschlüssel
  - als Nicht-Blattknoten: mindestens 2 Kinder
- Innerer Knoten: $\lceil m/2 \rceil$ bis m Kinder (=Anzahl Pointer)
- Blattknoten $\lceil (m-1)/2 \rceil$ bis $m-1$ Suchschlüssel
- balancierter Baum: alle Pfade von der Wurzel zu den Blättern sind gleich lang (maximal $\lceil log_{\lceil m/2 \rceil}(K) \rceil$ Kanten für K Suchschlüssel)

Terminologie und Notation

- Ein Paar (P_i, K_i) ist ein Eintrag. Beachte:
  - Blatt: Pointer P_i ist links von Suchschlüssel K_i gespeichert
  - Innerer Knoten: P_i ist rechts von K_i gespeichert
- $L[i] = (P_i, K_i)$ bezeichnet den i-ten Eintrag von Knoten L
- Daten-Pointer: Pointer zu Datensätzen sind nur in den Blättern gespeichert
- Verbindung zwischen Blättern: der letzte Pointer im Blatt, P_m, zeigt auf das nächste Blatt

Anmerkung: Es gibt viele Varianten des B^+-Baumes, die sich leicht unterscheiden. Auch in Lehrbüchern werden unterschiedliche Varianten vorgestellt. Für diese Lehrveranstaltung gilt der B^+-Baum, wie er hier präsentiert wird.

B^+-Baum Knotenstruktur/1

P_1	K_1	P_2	K_2	P_3	...	P_{m-1}	K_{m-1}	P_m

Blatt-Knoten:

- $K_1, \ldots, K_{m-1}$ sind Suchschlüssel
- $P_1, ..., P_{m-1}$ sind Daten-Pointer
- Suchschlüssel sind sortiert: $K_1 < K_2 < K_3 < \ldots < K_{m-1}$
- Daten-Pointer P_i, $1 \leq i \leq m-1$, zeigt auf
  - einen Datensatz mit Suchschlüssel K_i, oder
  - auf ein Bucket mit Pointern zu Datensätzen mit Suchschlüssel K_i
- P_m zeigt auf das nächste Blatt in Suchschlüssel-Ordnung

B^+-Baum Knotenstruktur/2

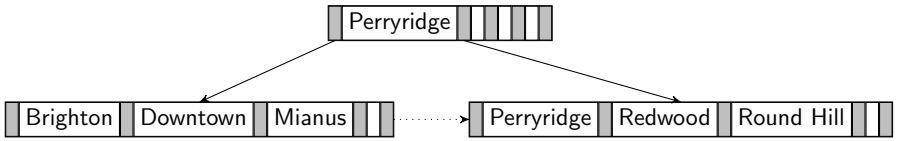
P_0	K_1	P_1	K_2	P_2	...	P_{m-2}	K_{m-1}	P_{m-1}

Innere Knoten:

- Stellen einen mehrstufigen sparse Index auf die Blattknoten dar.
- Suchschlüssel im Knoten sind eindeutig.
- $P_0, ..., P_{m-1}$ sind Pointer zu Kind-Knoten, d.h., zu Teilbäumen
- Alle Suchschlüssel k im Teilbaum von P_i haben folgende Eigenschaften:
  - $i = 0$: $k < K_1$
  - $0 < i < m-1$: $K_i \leq k < K_{i+1}$
  - $i = m-1$: $k \geq K_{m-1}$

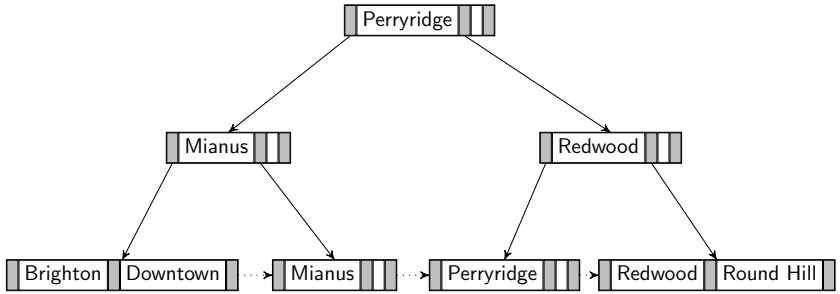
Beispiel: B^+-Baum/1

- Index auf Konto-Relation mit Suchschlüssel Filiale
- B^+-Baum mit Knotengrad $m = 5$:
  - Wurzel: mindestens 2 Pointer zu Kind-Knoten
  - Innere Knoten: $\lceil m/2 \rceil = 3$ bis $m = 5$ Pointer zu Kind-Knoten
  - Blätter: $\lceil (m-1)/2 \rceil = 2$ bis $m - 1 = 4$ Suchschlüssel



Beispiel: B^+-Baum/2

- B^+-Baum für Konto-Relation (Knotengrad $m = 3$)
  - Wurzel: mindestens 2 Pointer zu Kind-Knoten
  - Innere Knoten: $\lceil m/2 \rceil = 2$ bis $m = 3$ Pointer zu Kind-Knoten
  - Blätter: $\lceil (m-1)/2 \rceil = 1$ bis $m - 1 = 2$ Suchschlüssel

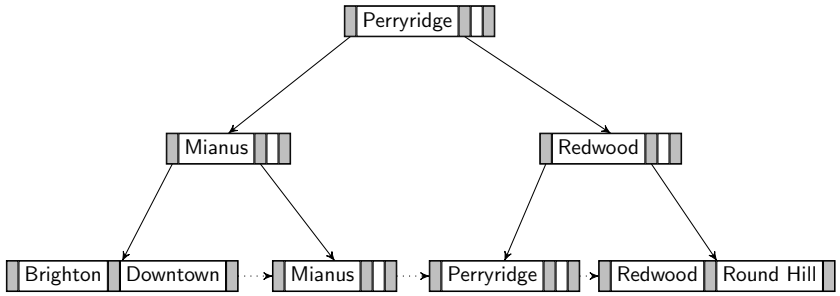


Suche im B^+-Baum/1

- Algorithmus: Suche alle Datensätze mit Suchschlüssel k (Annahme: dense B^+-Baum Index):
  1. $C \leftarrow$ Wurzelknoten
  2. **while** C keine Blattknoten **do**
     suche im Knoten C nach dem größten Schlüssel $K_i \leq k$
     if ein Schlüssel $K_i \leq k$ existiert
     then $C \leftarrow$ Knoten auf den P_i zeigt
     else $C \leftarrow$ Knoten auf den P_o zeigt
  3. **if** es gibt einen Schlüssel K_i in C sodass $K_i = k$
     then folge Pointer P_i zum gesuchten Datensatz (oder Bucket)
     else kein Datensatz mit Suchschlüssel k existiert

Suche im B^+-Baum/2

- Beispiel: Finde alle Datensätze mit Suchschlüssel $k =$*Mianus*
  - Beginne mit dem Wurzelknoten
  - Kein Schlüssel $K_i \leq$*Mianus* existiert, also folge P_0
  - $K_1 =$*Mianus* ist der größte Suchschlüssel $K_i \leq$*Mianus*, also folge P_1
  - Suchschlüssel *Mianus* existiert, also folge dem ersten Datensatz-Pointer P_1 um zum Datensatz zu gelangen



Suche im B^+-Baum/3

- Suche durchläuft Pfad von Wurzel bis Blatt:
  - Länge des Pfads höchstens $\lceil log_{\lceil m/2 \rceil}(K) \rceil$
    $\Rightarrow \lceil log_{\lceil m/2 \rceil}(K) \rceil + 1$ Blocks[1] müssen gelesen werden
  - Wurzelknoten bleibt im Hauptspeicher, oft auch dessen Kinder, dadurch werden 1–2 Block-Zugriffe pro Suche gespart
- Suche effizienter als in sequentiellem Index:
  - bis zu $\lfloor log_2(b) \rfloor + 1$ Blocks[1] lesen im einstufigen sequentiellen Index (binäre Suche, Index mit b Blocks, $b = \lceil K/(m-1) \rceil$)

[1] nur Index Blocks werden gezählt, Datenzugriff hier nicht berücksichtigt

Integrierte Übung 2.1

Es soll ein Index mit 10^6 verschiedenen Suchschlüsseln erstellt werden. Ein Knoten kann im Durchschnitt 200 Schlüssel mit den entsprechenden Pointern speichern. Es soll nach einem bestimmten Suchschlüssel k gesucht werden.

a) Wie viele Block-Zugriffe erfordert ein B^+-Baum Index maximal, wenn kein Block im Hauptspeicher ist?

b) Wie viele Block-Zugriffe erfordert ein einstufiger, sequentieller Index mit binärer Suche?

Einfügen in B^+-Baum/1

- Datensatz mit Suchschlüssel k einfügen:
  1. füge Datensatz in Daten-Datei ein (ergibt Pointer)
  2. finde Blattknoten für Suchschlüssel k
  3. **falls** im Blatt noch Platz ist **dann**:
     - füge (Pointer, Suchschlüssel)-Paar so in Blatt ein, dass Ordnung der Suchschlüssel erhalten bleibt
  4. **sonst** (Blatt ist voll) teile Blatt-Knoten:
     a) sortiere alle Suchschlüssel (einschließlich k)
     b) die Hälfte der Suchschlüssel bleiben im alten Knoten
     c) die andere Hälfte der Suchschlüssel kommt in einen neuen Knoten
     d) füge den kleinsten Eintrag des neuen Knotens in den Eltern-Knoten des geteilten Knotens ein
     e) **falls** Eltern-Knoten voll ist **dann**:
     teile den Knoten und propagiere Teilung nach oben, sofern nötig

Einfügen in B^+-Baum/2

- Aufteilvorgang:
  - falls nach einer Teilung der neue Schlüssel im Elternknoten nicht Platz hat wird auch dieser geteilt
  - im schlimmsten Fall wird der Wurzelknoten geteilt und der B^+-Baum wird um eine Ebene tiefer

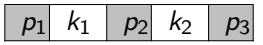
Algorithmus: Einfügen in B^+-Baum

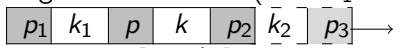
$\rightarrow$ Knoten L, Suchschlüssel k, Pointer p (zu Datensatz oder Knoten)

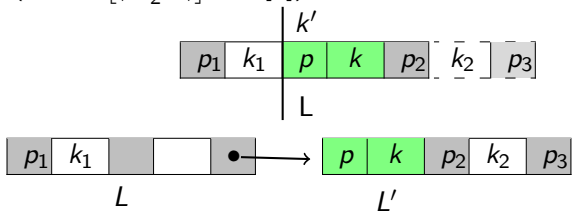
Algorithm 1: B+TreeInsert(L,k,p)

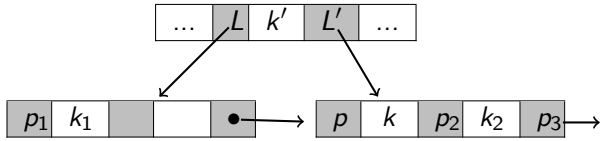
if *L is not yet full* **then**
  insert (k, p) into L
else
  $L \leftarrow L \cup (k, p)$;
  create new node L';
  if *L is a leaf* **then**
    $k' \leftarrow$ key of $L[\lceil (m+1)/2 \rceil]$;
    move entries greater or equal to k' from L to L';
  else
    $k' \leftarrow$ key of $L[\lceil m/2 \rceil]$;
    move entries greater or equal to k' from L to L';
    delete entry with value k' from L';
  if *L is not the root* **then** B+TreeInsert(parent(L), k', L') ;
  else create new root with children L and L' and value k' ;

Blatt teilen/1

Füge (k, p) in L ein: 

1. Anhängen und sortieren (z.B.: $k_1 < k < k_2$)
   L 

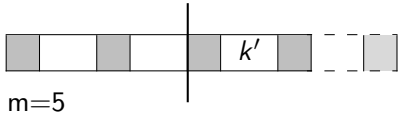
2. Teilen $(k' = L\left[\lceil \frac{m+1}{2} \rceil\right] = L[2])$
   

3. (k', L') in Elternknoten von L einfügen
   

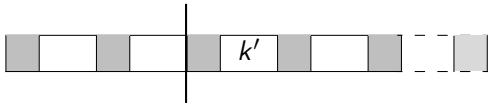
Blatt teilen/2

$k' = L\left[\lceil \frac{m+1}{2} \rceil\right]$

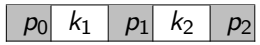
- m gerade, z.B.: m=4



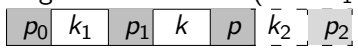
- m ungerade, z.B.: m=5

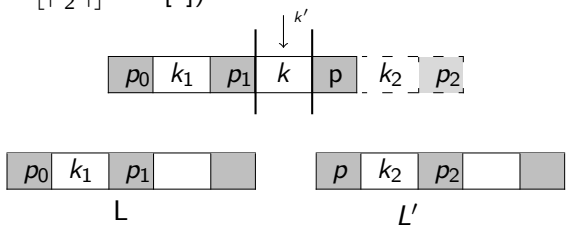


Innere Knoten teilen/1

L 

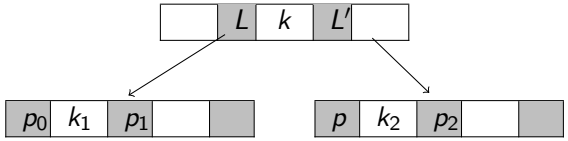
Füge (k, p) in L ein:

1. Anhängen und sortieren (z.B.: $k_1 < k < k_2$)
   L 

2. Teilen $(k' = L\left[\lceil \frac{m}{2} \rceil\right] = L[2])$
   

Innere Knoten teilen/2

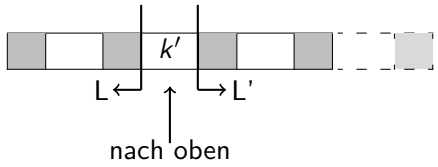
3. (k', L') in Elternknoten von L einfügen



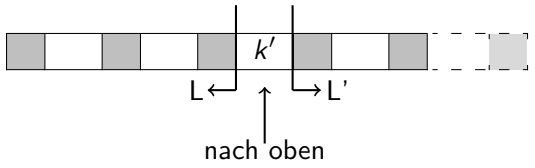
Innere Knoten teilen/3

$k' = L\left[\lceil \frac{m}{2} \rceil\right]$

- m gerade, z.B.: m=4

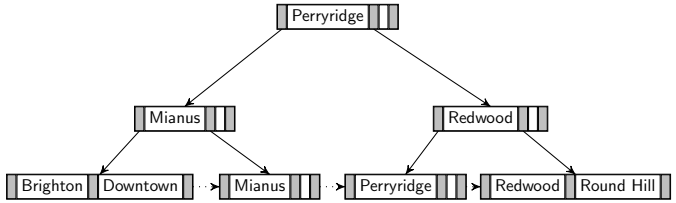


- m ungerade, z.B.: m=5

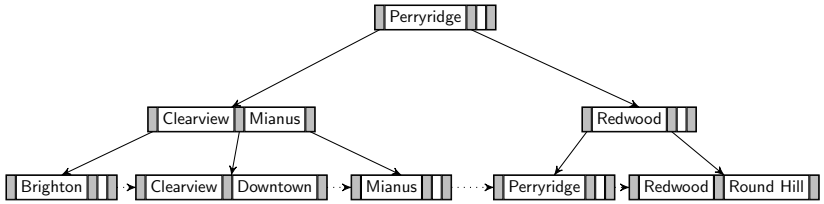


Beispiel: Einfügen in B^+-Baum/1

- B^+-Baum vor Einfügen von *Clearview*

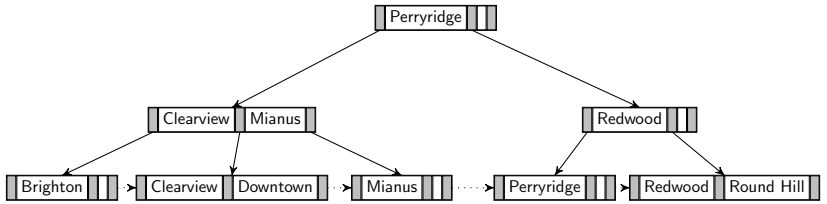


- B^+-Baum nach Einfügen von *Clearview*

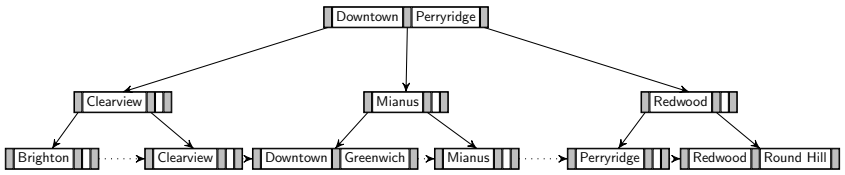


Beispiel: Einfügen in B^+-Baum/2

- B^+-Baum vor Einfügen von *Greenwich*



- B^+-Baum nach Einfügen von *Greenwich*



Löschen von B^+-Baum/1

Datensatz mit Suchschlüssel k löschen:

1. finde Blattknoten mit Suchschlüssel k
2. lösche k von Knoten
3. **falls** Knoten durch Löschen von k zu wenige Einträge hat:
   a. Einträge im Knoten und einem Geschwisterknoten passen in 1 Knoten **dann**:
      - **vereinige** die beiden Knoten in einen einzigen Knoten (den linken, falls er existiert; ansonsten den rechten) und lösche den anderen Knoten
      - lösche den Eintrag im Elternknoten der zwischen den beiden Knoten ist und wende Löschen rekursiv an
   b. Einträge im Knoten und einem Geschwisterknoten passen *nicht* in 1 Knoten **dann**:
      - **verteile** die Einträge zwischen den beiden Knoten sodass beide die minimale Anzahl von Einträgen haben
      - aktualisiere den entsprechenden Suchschlüssel im Eltern-Knoten

Löschen von B^+-Baum/2

- Vereinigung:
  - Vereinigung zweier Knoten propagiert im Baum nach oben bis ein Knoten mit mehr als $\lceil m/2 \rceil$ Kindern gefunden wird
  - falls die Wurzel nach dem Löschen nur mehr ein Kind hat, wird sie gelöscht und der Kind-Knoten wird zur neuen Wurzel

Algorithmus: Löschen im B^+-Baum

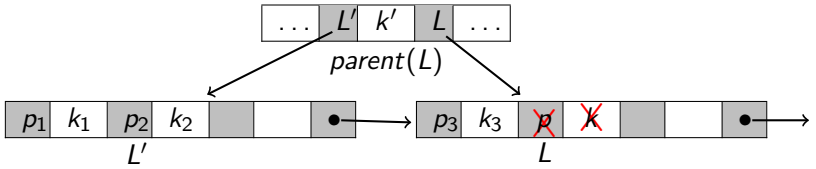
Algorithm 2: B+TreeDelete(L,k,p)

```
delete (p,k) from L;
if L is root with one child then  root := child;
;
else if L has too few entries then
    L' is previous sibling of L [next if there is no previous] ;
    k' is value in parent that is between L and L';
    if entries L and L' fit on one page then                    // vereinigen
        if L is leaf then move entries from L to L';              // Blatt
        else move k' and all entries from L to L';          // innerer Knoten
        B+TreeDelete(parent(L),k',L)
    else                                                        // verteilen
        if L is leaf then                                         // Blatt
            move last [first] entry of L' to L;
            replace k' in parent(L) by value of first entry in L [L'];
        else                                                // innerer Knoten
            move last [first] entry of L' to L;
            replace k' in parent(L) by value of first [last] entry of L;
            replace value of first [last] entry in L by k';
```

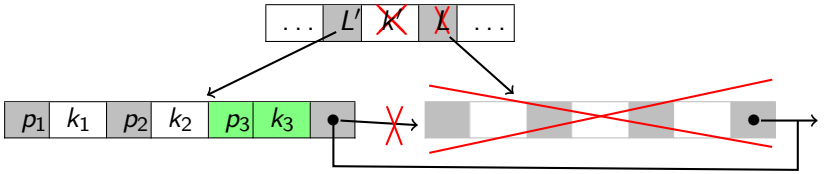

Löschen aus Blatt/1

(k, p) wird aus L gelöscht:

1. Vereinigen $(m = 4)$
   Vorher:



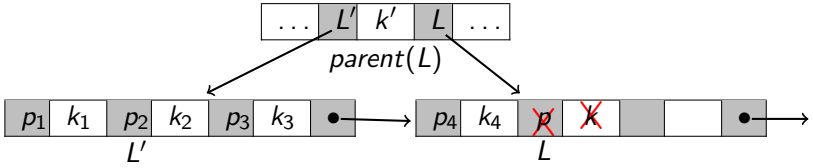
   Nachher:



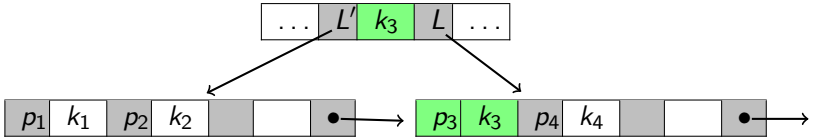
Löschen aus Blatt/2

(k, p) wird aus L gelöscht:

2. Verteilen $(m = 4)$
   Vorher:



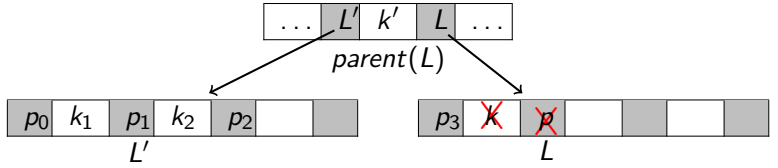
Nachher:



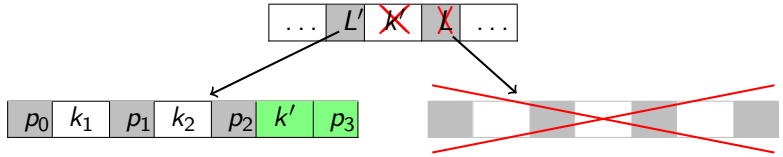
Löschen aus innerem Knoten/1

(k, p) wird aus L gelöscht:

1. Vereinigen $(m = 4)$
   Vorher:



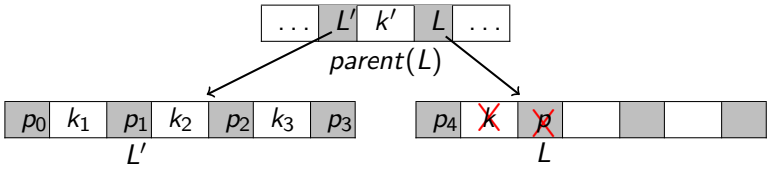
Nachher:



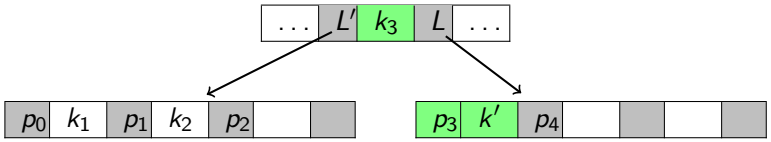
Löschen aus innerem Knoten/2

(k, p) wird aus L gelöscht:

2. Verteilen $(m = 4)$
   Vorher:

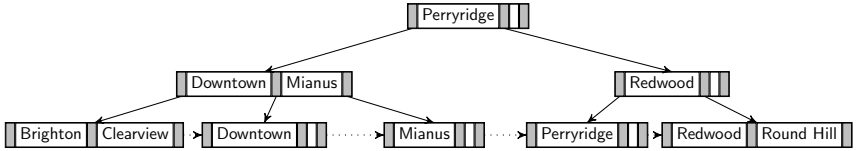


Nachher:

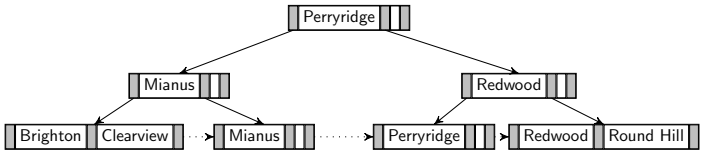


Beispiel: Löschen von B^+-Baum/1

- Vor Löschen von *Downtown*:



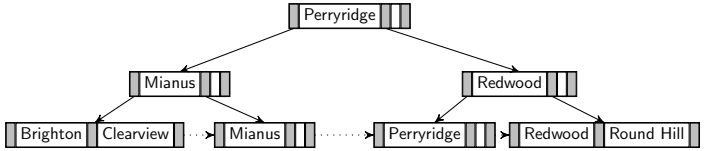
- Nach Löschen von *Downtown*:



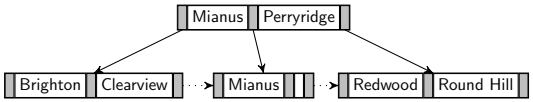
- Nach Löschen des Blattes mit *Downtown* hat der Elternknoten noch genug Pointer.
- Somit propagiert die Vereinigung durch Löschen nicht weiter nach oben.

Beispiel: Löschen von B^+-Baum/2

- Vor Löschen von *Perryridge*:



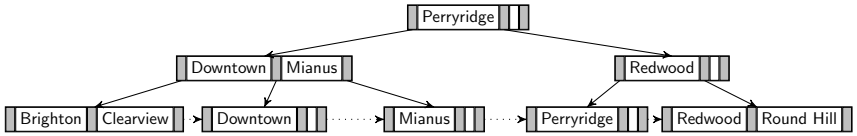
- Nach Löschen von *Perryridge*:



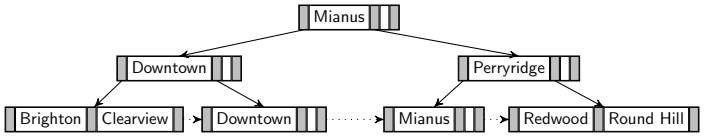
- Blatt mit *Perryridge* hat durch Löschen zu wenig Einträge und wird mit dem (rechten) Nachbarknoten vereinigt.
- Dadurch hat der Elternknoten zu wenig Pointer und wird mit seinem (linken) Nachbarknoten vereinigt (und ein Eintrag wird vom gemeinsamen Elternknoten gelöscht).
- Die Wurzel hat jetzt nur noch 1 Kind und wird gelöscht.

Beispiel: Löschen von B^+-Baum/3

- Vor Löschen von *Perryridge*:



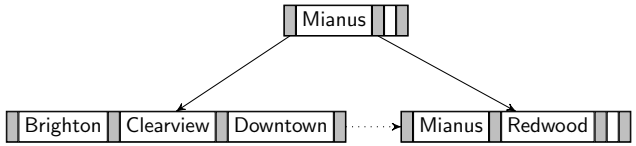
- Nach Löschen von *Perryridge*:



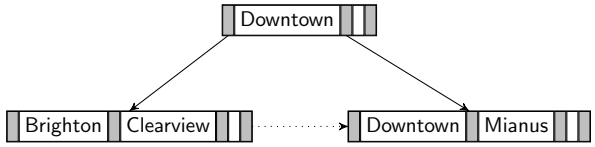
- Elternknoten von Blatt mit *Perryridge* hat durch Löschen zu wenig Einträge und erhält einen Pointer vom linken Nachbarn (Verteilung von Einträgen).
- Schlüssel im Elternknoten des Elternknotens (Wurzel in diesem Fall) ändert sich ebenfalls.

Beispiel: Löschen von B^+-Baum/4

- Vor Löschen von *Redwood*:



- Nach Löschen von *Redwood*:



- Knoten von Blatt mit *Redwood* hat durch Löschen zu wenig Einträge und erhält einen Eintrag vom linken Nachbarn (Verteilung von Einträgen).
- Schlüssel im Elternknoten (Wurzel in diesem Fall) ändert sich ebenfalls.

Zusammenfassung B^+-Baum

- Knoten mit Pointern verknüpft:
  - logisch nahe Knoten müssen nicht physisch nahe gespeichert sein
  - erlaubt mehr Flexibilität
  - erhöht die Anzahl der nicht-sequentiellen Zugriffe
- B^+-Bäume sind flach:
  - maximale Tiefe $\lceil log_{\lceil m/2 \rceil}(K) \rceil$ für K Suchschlüssel
  - m ist groß in der Praxis (z.B. $m = 200$)
- Suchschlüssel als "Wegweiser":
  - einige Suchschlüssel kommen als Wegweiser in einem oder mehreren inneren Knoten vor
  - zu einem Wegweiser gibt es nicht immer einen Suchschlüssel in einem Blattknoten (z.B. weil der entsprechende Datensatz gelöscht wurde)
- Einfügen und Löschen sind effizient:
  - nur $O(log(K))$ viele Knoten müssen geändert werden
  - Index degeneriert nicht, d.h. Index muss nie von Grund auf rekonstruiert werden

Inhalt

Statisches Hashing

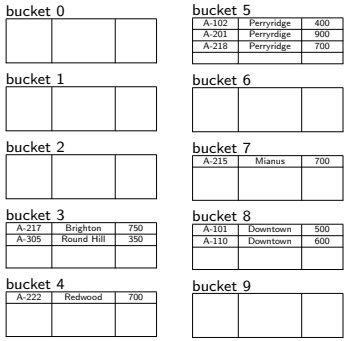
- Nachteile von ISAM und B^+-Baum Indices:
  - B^+-Baum: Suche muss Indexstruktur durchlaufen
  - ISAM: binäre Suche in großen Dateien
  - das erfordert zusätzliche Zugriffe auf Plattenblöcke
- Hashing:
  - erlaubt es auf Daten direkt und ohne Indexstrukturen zuzugreifen
  - kann auch zum Bauen eines Index verwendet werden

Hash Datei Organisation

- Statisches Hashing ist eine Form der Dateiorganisation:
  - Datensätze werden in Buckets gespeichert
  - Zugriff erfolgt über eine Hashfunktion
  - Eigenschaften: konstante Zugriffszeit, kein Index erforderlich
- Bucket: Speichereinheit die ein oder mehrere Datensätze enthält
  - ein Block oder mehrere benachtbarte Blocks auf der Platte
  - alle Datensätze mit bestimmtem Suchschlüssel sind im selben Bucket
  - Datensätze im Bucket können verschiedene Suchschlüssel haben
- Hash Funktion h: bildet Menge der Suchschlüssel K auf Menge der Bucket Adressen B ab
  - wird in konstanter Zeit (in der Anzahl der Datensätze) berechnet
  - mehrere Suchschlüssel können auf dasselbe Bucket abbilden
- Suchen eines Datensatzes mit Suchschlüssel:
  - verwende Hash Funktion um Bucket Adresse aufgrund des Suchschlüssels zu bestimmten
  - durchsuche Bucket nach Datensätzen mit Suchschlüssel

Beispiel: Hash Datei Organisation

- Beispiel: Organisation der Konto-Relation als Hash Datei mit Filialname als Suchschlüssel.
- 10 Buckets
- Numerischer Code des i-ten Zeichens im 26-Buchstaben-Alphabet wird als i angenommen, z.B., code(B)=2.
- Hash Funktion h
  - Summe der Codes aller Zeichen modulo 10:
  - h(Perryridge) = 125 mod 10 = 5
  - h(Round Hill) = 113 mod 10 = 3 (code(' ')=0)
  - h(Brighton) = 93 mod 10 = 3



Hash Funktionen/1

- Die Worst Case Hash Funktion bildet alle Suchschlüssel auf das gleiche Bucket ab.
  - Zugriffszeit wird linear in der Anzahl der Suchschlüssel.
- Die Ideale Hash Funktion hat folgende Eigenschaften:
  - Die Verteilung ist uniform (gleichverteilt), d.h. jedes Bucket ist der gleichen Anzahl von Suchschlüsseln aus der Menge aller Suchschlüssel zugewiesen.
  - Die Verteilung ist random (zufällig), d.h. im Mittel erhält jedes Bucket gleich viele Suchschlüssel unabhängig von der Verteilung der Suchschlüssel.

Hash Funktionen/2

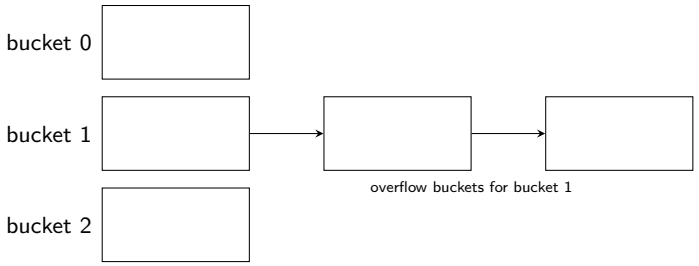
- Beispiel: 26 Buckets und eine Hash Funktion welche Filialnamen die mit dem i-ten Buchstaben beginnen dem Bucket i zuordnet.
  - keine Gleichverteilung, da es für bestimmte Anfangsbuchstaben erwartungsgemäß mehr Suchschlüssel gibt, z.B. erwarten wir mehr Filialen die mit B beginnen als mit Q.
- Beispiel: Hash Funktion die Kontostand nach gleich breiten Intervallen aufteilt: 1 - 10000 $\rightarrow$ 0, 10001 - 20000 $\rightarrow$ 1, usw.
  - uniform, da es für jedes Bucket gleich viele mögliche Werte von Kontostand gibt
  - nicht random, da Kontostände in bestimmten Intervallen häufiger sind, aber jedem Intervall 1 Bucket zugeordnet ist
- Typsiche Hash Funktion: Berechnung auf interner Binärdarstellung des Suchschlüssels, z.B. für String s mit n Zeichen, b buckets:
  - $(s[0] + s[1] + \ldots + s[n-1]) \bmod b$, oder
  - $(31^{n-1}s[0] + 31^{n-2}s[1] + \ldots + s[n-1]) \bmod b$

Bucket Overflow/1

- Bucket Overflow: Wenn in einem Bucket nicht genug Platz für alle zugehörigen Datensätze ist, entsteht ein Bucket overflow. Das kann aus zwei Gründen geschehen:
  - zu wenig Buckets
  - Skew: ungleichmäßige Verteilung der Hashwerte
- Zu wenig Buckets: die Anzahl n_B der Buckets muss größer gewählt werden als die Anzahl der Datensätze n geteilt durch die Anzahl der Datensätze pro Bucket f: $n_B > n/f$
- Skew: Ein Bucket ist überfüllt obwohl andere Buckets noch Platz haben. Zwei Gründe:
  - viele Datensätze haben gleichen Suchschlüssel (ungleichmäßige Verteiltung der Suchschlüssel)
  - Hash Funktion erzeugt ungleichmäßige Verteiltung
- Obwohl die Wahrscheinlichkeit für Overflows reduziert werden kann, können Overflows nicht gänzlich vermieden werden.
  - Overflows müssen behandelt werden
  - Behandlung durch Overflow Chaining

Bucket Overflow/2

- Overflow Chaining (closed hashing)
  - falls ein Datensatz in Bucket b eingefügt wird und b schon voll ist, wird ein Overflow Bucket b' erzeugt, in das der Datensatz gespeichert wird
  - die Overflow Buckets für Bucket b werden in einer Liste verkettet
  - für einen Suchschlüssel in Bucket b müssen auch alle Overflow Buckets von b durchsucht werden

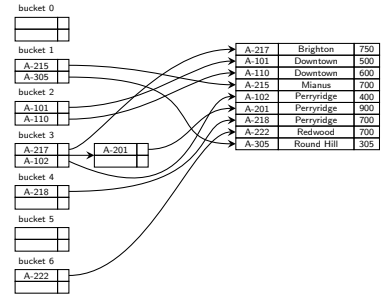


Bucket Overflow/3

- Open Hashing: Die Menge der Buckets ist fix und es gibt keine Overflow Buckets.
  - überzählige Datensätze werden in ein anderes (bereits vorhandenes) Bucket gegeben, z.B. das nächste das noch Platz hat (linear probing)
  - wird z.B. für Symboltabellen in Compilern verwendet, hat aber wenig Bedeutung in Datenbanken, da Löschen schwieriger ist

Hash Index

- Hash Index: organisiert (Suchschlüssel,Pointer) Paare als Hash Datei
  - Pointer zeigt auf Datensatz
  - Suchschlüssel kann mehrfach vorkommen
- Beispiel: Index auf Konto-Relation.
  - Hash Funktion h: Quersumme der Kontonummer modulo 7
  - Beachte: Konto-Relation ist nach Filialnamen geordnet



- Hash Index ist immer Sekundärindex:
  - ist deshalb immer "dense"
  - Primär- bzw. Clustered Hash Index entspricht einer Hash Datei Organisation (zusätzliche Index-Ebene überflüssig)

Inhalt

Probleme mit Statischem Hashing

- Richtige Anzahl von Buckets ist kritisch für Performance:
  - zu wenig Buckets: Overflows reduzieren Performance
  - zu viele Buckets: Speicherplatz wird verschwendet (leere oder unterbesetzte Buckets)
- Datenbank wächst oder schrumpft mit der Zeit:
  - großzügige Schätzung: Performance leidet zu Beginn
  - knappe Schätzung: Performance leidet später
- Reorganisation des Index als einziger Ausweg:
  - Index mit neuer Hash Funktion neu aufbauen
  - sehr teuer, während der Reorganisation darf niemand auf die Daten schreiben
- Alternative: Anzahl der Bucket dynamisch anpassen

Dynamisches Hashing

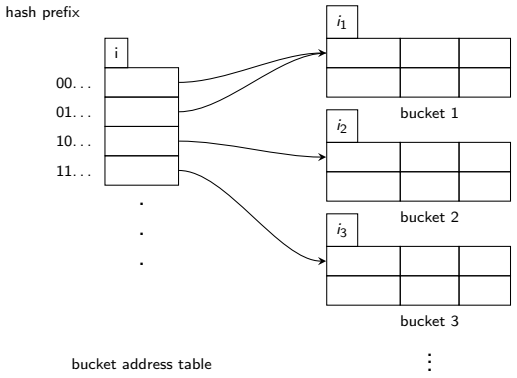
- Dynamisches Hashing (dynamic hashing): Hash Funktion wird dynamisch angepasst.
- Erweiterbares Hashing (extendible hashing): Eine Form des dynamischen Hashing.

Erweiterbares Hashing

- Hash Funktion h berechnet Hash Wert für sehr viele Buckets:
  - eine b-Bit Integer Zahl
  - typisch $b = 32$, also 4 Milliarden (mögliche) Buckets
- Hash-Prefix:
  - nur die i höchstwertigen Bits (MSB) des Hash-Wertes werden verwendet
  - $0 \leq i \leq b$ ist die *globale Tiefe*
  - i wächst oder schrumpft mit Datenmenge, anfangs $i = 0$
- Verzeichnis: (directory, bucket address table)
  - Hauptspeicherstruktur: Array mit 2^i Einträgen
  - Hash-Prefix indiziert einen Eintrag im Verzeichnis
  - jeder Eintrag verweist auf ein Bucket
  - mehrere aufeinanderfolgende Einträge im Verzeichnis können auf dasselbe Bucket zeigen

Erweiterbares Hashing

- Buckets:
  - Anzahl der Buckets $\leq 2^i$
  - jedes Bucket j hat eine *lokale Tiefe* i_j
  - falls mehrere Verzeichnis-Pointer auf dasselbe Bucket j zeigen, haben die ensprechenden Hash Werte dasselbe i_j Prefix.
- Beispiel: $i = 2$, $i_1 = 1$, $i_2 = i_3 = 2$,



Erweiterbares Hashing: Suche

- Suche: finde Bucket für Suchschlüssel K
  1. berechne Hash Wert $h(K) = X$
  2. verwende die i höchstwertigen Bits (Hash Prefix) von X als Adresse ins Verzeichnis
  3. folge dem Pointer zum entsprechenden Bucket

Erweiterbares Hashing: Einfügen

- Einfügen: füge Datensatz mit Suchschlüssel K ein
  1. verwende Suche um richiges Bucket j zu finden
  2. **If** genug freier Platz in Bucket j **then**
     - füge Datensatz in Bucket j ein
  3. **else**
     - teile Bucket und versuche erneut

Erweiterbares Hashing: Bucket teilen

- Bucket j teilen um Suchschlüsel K einzufügen

  If $i > i_j$ (mehrere Pointer zu Bucket j) **then**
  - lege neues Bucket z an und setze i_z und i_j auf das alte $i_j + 1$
  - aktualisiere die Pointer die auf j zeigen (die Hälfte zeigt nun auf z)
  - lösche alle Datensätze von Bucket j und füge sie neu ein (sie verteilen sich auf Buckets j und z)
  - versuche K erneut einzufügen

  Else if $i = i_j$ (nur 1 Pointer zu Bucket j) **then**
  - erhöhe i und verdopple die Größe des Verzeichnisses
  - ersetze jeden alten Eintrag durch zwei neue Einträge die auf dasselbe Bucket zeigen
  - versuche K erneut einzufügen
- Overflow Buckets müssen nur erzeugt werden, wenn das Bucket voll ist und die Hashwerte aller Suchschlüssel im Bucket identisch sind (d.h., teilen würde nichts nützen)

Integrierte Übung 2.2

Betrachten Sie die folgende Hashfunktion:

Schlüssel	Hashwert
Brighton	0010
Downtown	1010
Mianus	1100
Perryridge	1111
Redwood	0011

Nehmen Sie Buckets der Größe 2 an und erweiterbares Hashing mit einem anfangs leeren Verzeichnis. Zeigen Sie die Hashtabelle nach folgenden Operationen:

- füge 1 Brighton und 2 Downtown Datensätze ein
- füge 1 Mianus Datensatz ein
- füge 1 Redwood Datensatz ein
- füge 3 Perryridge Datensätze ein

Erweiterbares Hashing: Löschen

- Löschen eines Suchschlüssels K
  1. suche Bucket j für Suchschlüssel K
  2. entferne alle Datensätze mit Suchschlüssel K
  3. Bucket j kann mit Nachbarbucket(s) verschmelzen falls
     - alle Suchschlüssel in einem Bucket Platz finden
     - die Buckets dieselbe lokale Tiefe i_j haben
     - die $i_j - 1$ Prefixe der entsprechenden Hash-Werte identisch ist
  4. Verzeichnis kann verkleinert werden, wenn $i_j < i$ für alle Buckets j

Integrierte Übung 2.3

Betrachten Sie die folgende Hashfunktion:

Schlüssel	Hashwert
Brighton	0010
Downtown	1010
Mianus	1100
Perryridge	1111
Redwood	0011

Gehen Sie vom Ergebnis der vorigen Übung aus und führen Sie folgende Operationen durch:

- 1 Brighton und 1 Downtown löschen
- 1 Redwood löschen
- 2 Perryridge löschen

Erweiterbares Hashing: Pro und Kontra

- Vorteile von erweiterbarem Hashing
  - bleibt effizient auch wenn Datei wächst
  - Overhead für Verzeichnis ist normalerweise klein im Vergleich zu den Einsparungen an Buckets
  - keine Buckets für zukünftiges Wachstum müssen reserviert werden
- Nachteile von erweiterbarem Hashing
  - zusätzliche Ebene der Indirektion – macht sich bemerkbar, wenn Verzeichnis zu groß für den Hauptspeicher wird
  - Verzeichnis vergrößern oder verkleinern ist relativ teuer

B^+-Baum vs. Hash Index

- Hash Index degeneriert wenn es sehr viele identische (Hashwerte für) Suchschlüssel gibt – Overflows!
- Im Average Case für Punktanfragen in n Datensätzen:
  - Hash index: $O(1)$ (sehr gut)
  - B^+-Baum: $O(logn)$
- Worst Case für Punktanfragen in n Datensätzen:
  - Hash index: $O(n)$ (sehr schlecht)
  - B^+-Baum: $O(logn)$
- Anfragetypen:
  - Punktanfragen: Hash und B^+-Baum
  - Mehrpunktanfragen: Hash und B^+-Baum
  - Bereichnsanfragen: Hash Index nicht brauchbar

Berkeley DB

o Database access methods:
- B+tree
- Hash (Extended Linear Hashing)
- Fixed/Variable Length Records
- Duplicate records per key in the B+tree and Hash access methods.
- Retrieval by record number in the B+tree access method.
- Keyed and sequential (forward and reverse) retrieval, insertion, modification and deletion.
- Memory-mapped read-only databases.
- Retrieval into user-specified or allocated memory.
- Partial-record data storage and retrieval.
- Architecture independent databases.
- Maximum B+tree depth of 255.
- Individual database files up to 2^{48} bytes, individual key or data elements up to 2^{32} bytes (or available memory).

Berkeley DB

The Berkeley Database Package (DB) is being used by many different organizations in many different applications! Here are a few of which you've probably heard:

Netscape SuiteSpot, an integrated suite of intranet and Internet server software, lets you communicate, access, and share information throughout your organization. The Enterprise, Catalog, Directory and Mail servers all use Berkeley DB.

The Isode Ltd. LDAP/X.500 Enterprise Directory Server uses Berkeley DB as its primary database. Berkeley DB is also used in its X.400/Internet Message Switch and X.400 Message Store products. Here's the press release from Isode about Berkeley DB.

Sendmail is the program that routes electronic mail throughout the Internet. Sendmail is used on almost every UNIX-like system, and it uses Berkeley DB.

The OSF Distributed Computing Environment (DCE) is an industry-standard, vendor-neutral set of distributed computing technologies. It provides security services to protect and control access to data, name services that make it easy to find distributed resources, and a highly scalable model for organizing widely scattered users, services, and data. The DCE backing store library (Open Group RFC #45) is a subset of Berkeley DB.

Inhalt

Zugriffe über mehrere Suchschlüssel/1

- Wie kann Index verwendet werden, um folgende Anfrage zu beantworten?
  select *AccNr*
  from *account*
  where *BranchName = "Perryridge"* **and** *Balance = 1000*
- Strategien mit mehreren Indices (jeweils 1 Suchschlüssel):
  a) *BranchName = "Perryridge"* mit Index auf *BranchName* auswerten; auf Ergebnis-Datensätzen *Balance = 1000* testen.
  b) *Balance = 1000* mit Index auf *Balance* auswerten; auf Ergebnis-Datensätzen *BranchName = "Perryridge"* testen.
  c) Verwende *BranchName* Index um Pointer zu Datensätzen mit *BranchName = "Perryridge"* zu erhalten; verwende *Balance* Index für Pointer zu Datensätzen mit *Balance = 1000*; berechne die Schnittmenge der beiden Pointer-Mengen.

Zugriffe über mehrere Suchschlüssel/2

- Nur die dritte Strategie nützt das Vorhandensein mehrerer Indices.
- Auch diese Strategie kann eine schlechte Wahl sein:
  - es gibt viele Konten in der "Perryridge" Filiale
  - es gibt viele Konten mit Kontostand 1000
  - es gibt nur wenige Konten die beide Bedingungen erfüllen
- Effizientere Indexstrukturen müssen verwendet werden:
  - (traditionelle) Indices auf kombinierten Schlüsseln
  - spezielle mehrdimensionale Indexstrukturen, z.B., Grid Files, Quad-Trees, Bitmap Indices.

Zugriffe über mehrere Suchschlüssel/3

- Annahme: Geordneter Index mit kombiniertem Suchschlüssel *(BranchName, Balance)*
- Kombinierte Suchschlüssel haben eine Ordnung (*BranchName* ist das erstes Attribut, *Balance* ist das zweite Attribut)
  - Folgende Bedingung wird effizient behandelt (alle Attribute):
    where *BranchName = "Perryridge"* **and** *Balance = 1000*
  - Folgende Bedingung wird effizient behandelt (Prefix):
    where *BranchName = "Perryridge"*
  - Folgende Bedingung ist ineffizient (kein Prefix der Attribute):
    where *Balance = 1000*

Inhalt

Index Definition in SQL

- SQL-92 definiert keine Syntax für Indices da diese nicht Teil des logischen Datenmodells sind.
- Jedoch alle Datenbanksystem stellen Indices zur Verfügung.
- Index erzeugen:

  create index <IdxName> **on** <RelName> (<AttrList>)
  z.B. **create index** BrNaIdx **on** branch (branch-name)
- **Create unique index** erzwingt eindeutige Suchschlüssel und definiert indirekt ein Schlüsselattribut.
- Primärschlüssel (**primary key**) und Kandidatenschlüssel (**unique**) werden in SQL bei der Tabellendefinition spezifiziert.
- Index löschen:

  drop index <index-name>
  z.B. **drop index** BrNaIdx

Beispiel: Indices in PostgreSQL

- **CREATE [UNIQUE] INDEX** name **ON** table_name
  "(" col [**DESC**] { "," col [**DESC**] } ")" [...]

- Beispiele:
  - **CREATE INDEX** MajIdx **ON** Enroll (Major);
  - **CREATE INDEX** MajIdx **ON** Enroll **USING HASH** (Major);
  - **CREATE INDEX** MajMinIdx **ON** Enroll (Major, Minor);

Indexes in Oracle

- B^+-Baum Index in Oracle:

  CREATE [UNIQUE] INDEX name **ON** table_name
  "(" col [**DESC**] { "," col [**DESC**] } ")" [**pctfree** n] [...]
- Anmerkungen:
  - pct_free gibt an, wieviel Prozent der Knoten anfangs frei sein sollen.
  - UNIQUE sollte nicht verwendet werden, da es ein logisches Konzept ist.
  - Oracle erstellt einen B^+-Baum Index für jede **unique** oder **primary key** definition bei der Erstellung der Tabelle.
- Beispiele:

  CREATE TABLE BOOK (
  ISBN **INTEGER**, Author **VARCHAR2 (30)** , ...);
  CREATE INDEX book_auth **ON** book(Author);
- Hash-partitionierter Index in Oracle:

  CREATE INDEX CustLNameIX **ON** customers (LName) **GLOBAL PARTITION BY HASH** (LName) **PARTITIONS** 4;

Anmerkungen zu Indices in Datenbanksystemen

- Indices werden automatisch nachgeführt wenn Tupel eingefügt, geändert oder gelöscht werden.
- Indices verlangsamen deshalb Änderungsoperationen.
- Einen Index zu erzeugen kann lange dauern.
- Bulk Load: Es ist (viel) effizienter, zuerst die Daten in die Tabelle einzufügen und nachher alle Indices zu erstellen als umgekehrt.

Zusammenfassung

- Index Typen:
  - Primary, Clustering und Sekundär
  - Dense oder Sparse
- B^+-Baum:
  - universelle Indexstruktur, auch für Bereichsanfragen
  - Garantien zu Tiefe, Füllgrad und Effizienz
  - Einfügen und Löschen
- Hash Index:
  - statisches und erweiterbares Hashing
  - kein Index für Primärschlüssel nötig
  - gut für Prädikate mit "="
- Mehrschlüssel Indices: schwieriger, da es keine totale Ordnung in mehreren Dimensionen gibt
- Indices in SQL