

Datenbanken 2

Indexstrukturen

Nikolaus Augsten

`nikolaus.augsten@plus.ac.at`

FB Informatik

Universität Salzburg



database
research group

<https://dbresearch.uni-salzburg.at>

WS 2024/25

Version 29. Oktober 2024

Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Literatur und Quellen

Lektüre zum Thema “Indexstrukturen”:

- Kapitel 7 aus Kemper und Eickler: Datenbanksysteme: Eine Einführung. Oldenbourg Verlag, 2013.
- Chapter 11 in Silberschatz, Korth, and Sudarashan: Database System Concepts. McGraw Hill, 2011.

Danksagung Die Vorlage zu diesen Folien wurde entwickelt von:

- Michael Böhlen, Universität Zürich, Schweiz
- Johann Gamper, Freie Universität Bozen, Italien

Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Grundlagen/1

- Index beschleunigt Zugriff, z.B.:
 - Autorenkatalog in Bibliothek
 - Index in einem Buch
- Index-Datei besteht aus Datensätzen: den Index-Einträgen
- Index-Eintrag hat die Form
(Suchschlüssel, Pointer)
 - *Suchschlüssel*: Attribut(liste) nach der Daten gesucht werden
 - *Pointer*: Pointer auf einen Datensatz (TID)
- Suchschlüssel darf mehrfach vorkommen
(im Gegensatz zu Schlüsseln von Relationen)
- Index-Datei meist viel kleiner als die indizierte Daten-Datei

Grundlagen/2

- Merkmale des Index sind:
 - Zugriffszeit
 - Zeit für Einfügen
 - Zeit für Löschen
 - Speicherbedarf
 - effizient unterstützte Zugriffsarten
- Wichtigste Zugriffsarten sind:
 - Punktanfragen: z.B. Person mit SVN=1983-3920
 - Mehrpunktanfragen: z.B. Personen, die 1980 geboren wurden
 - Bereichsanfragen: z.B. Personen die mehr als 100.000 EUR verdienen

Grundlagen/3

Indextypen werden nach folgenden Kriterien unterschieden:

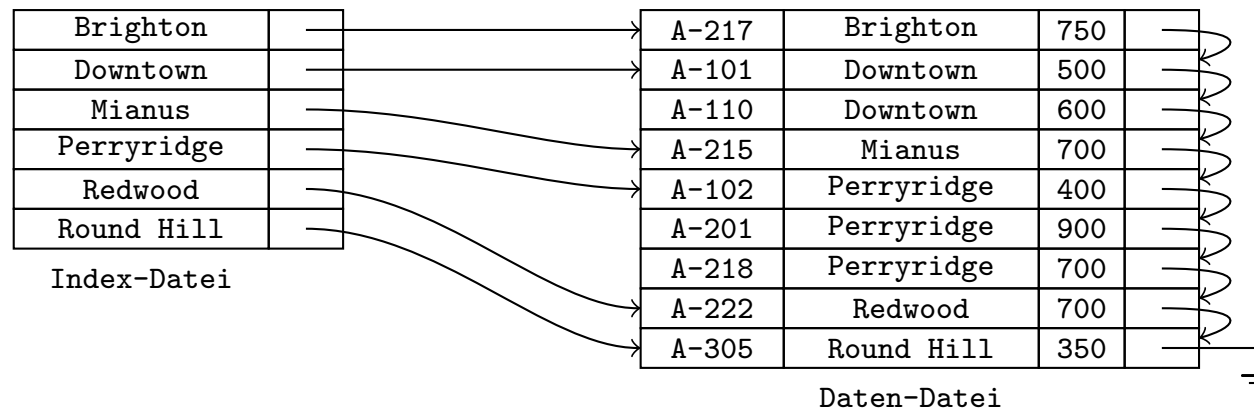
- Ordnung der Daten- und Index-Datei:
 - Clustering Index
 - Non-Clustering Index
- Art der Index-Einträge:
 - sparse Index
 - dense Index

Nicht alle Kombinationen üblich/möglich:

- Clustering Index ist oft sparse
- Non-Clustering Index ist immer dense

Clustering Index

- **Index-Datei:**
 - sequentiell geordnet nach Suchschlüssel
- **Daten-Datei:**
 - sequentiell geordnet nach Suchschlüssel
- **Effiziente Zugriffsarten:**
 - Punkt-, Mehrpunkt-, und Bereichsanfragen
 - nicht-sequentieller Zugriff (random access)
 - sequentieller Zugriff nach Suchschlüssel sortiert (sequential access)

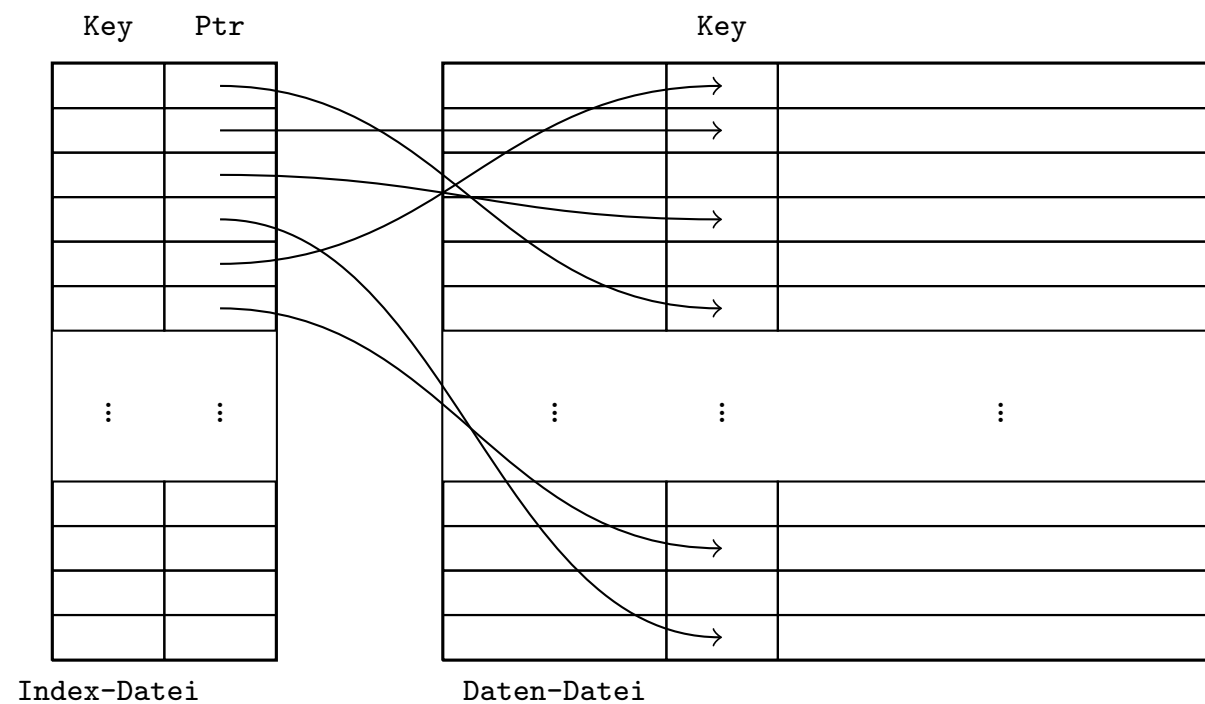


Non-Clustering Index/1

- Clustering vs. Non-Clustering Index:
 - nur 1 Clustering Index möglich
 - beliebig viele Non-Clustering Indizes
 - Non-Clustering Index für schnellen Zugriff auf alle Felder, die nicht Suchschlüssel des Clustering Index sind
- Beispiel: Konten mit Clustering Index auf Kontonummer
 - Finde alle Konten einer bestimmten Filiale.
 - Finde alle Konten mit 1000 bis 1500 EUR Guthaben.
- Ohne Index können diese Anfragen nur durch sequentielles Lesen aller Knoten beantwortet werden – sehr langsam
- Non-Clustering Index für schnellen Zugriff erforderlich

Non-Clustering Index/2

- Index-Datei:
 - sequentiell nach Suchschlüssel geordnet
- Daten-Datei:
 - *nicht* nach Suchschlüssel geordnet



Non-Clustering Index/3

- Effiziente Zugriffsarten:
 - sehr schnell für Punktanfragen
 - Mehrpunkt- und Bereichsanfragen: gut wenn nur kleiner Teil der Tabelle zurückgeliefert wird (wenige %)
 - besonders für nicht-sequentiellen Zugriff (random access) geeignet

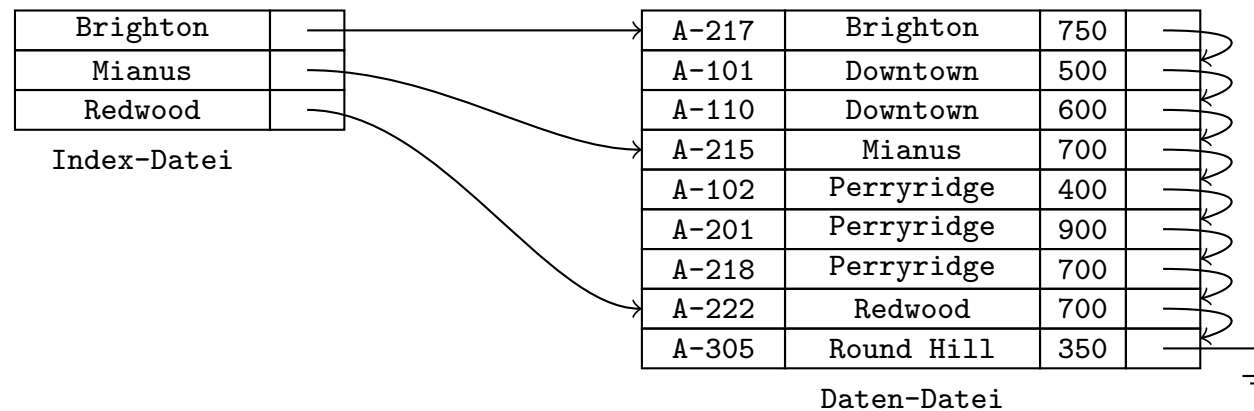
Primär- und Sekundärindex

Folgende Begriffe finden sich häufig in der Praxis:

- **Primärindex:** Clustering Index mit eindeutigem Suchschlüssel
- **Sekundärindex:** Synonym für Non-Clustering Index

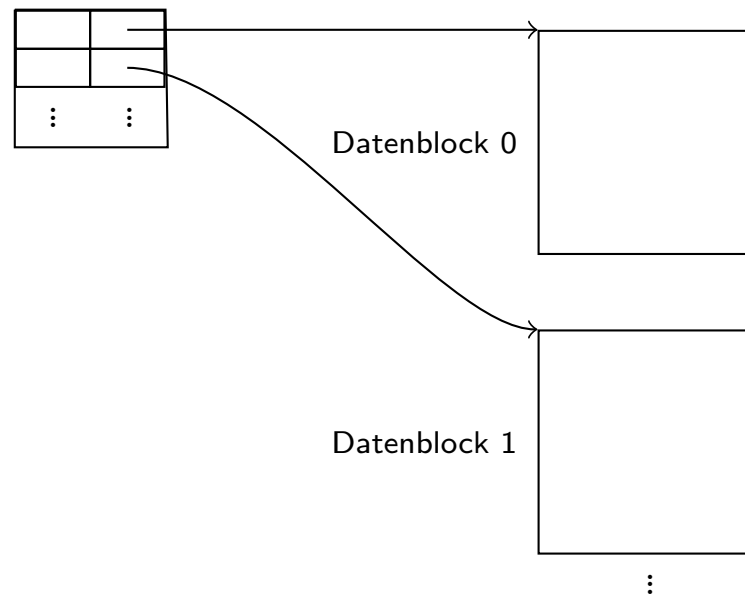
Sparse Index/1

- Sparse Index
 - ein Index-Eintrag für mehrere Datensätze
 - kleiner Index: weniger Index-Einträge als Datensätze
 - nur möglich wenn Datensätze nach Suchschlüssel geordnet sind (d.h. Clustering Index)



Sparse Index/2

- Oft enthält ein sparse Index **einen Eintrag pro Block**.
- Der **Suchschlüssel**, der im Index für eine Block gespeichert wird, ist der **kleinste Schlüssel in diesem Block**.



Dense Index/1

- Dense Index:
 - Index-Eintrag (bzw. Pointer in Bucket) für **jeden Datensatz** in der Daten-Datei
 - dense Index kann groß werden (aber normalerweise kleiner als Daten)
 - Handhabung einfacher, da ein Pointer pro Datensatz
- Non-Clustering Index ist immer dense

Gegenüberstellung von Index-Typen

- Alle Index-Typen machen **Punkt-Anfragen** erheblich schneller.
- Index erzeugt **Kosten bei Updates**: Index muss auch aktualisiert werden.
- **Dense/Sparse** und **Clustering/Non-Clustering**:
 - Clustering Index kann dense oder sparse sein
 - Non-Clustering Index ist immer dense
- **Sortiert lesen** (=sequentielles Lesen nach Suchschlüssel-Ordnung):
 - mit Clustering Index schnell
 - mit Non-Clustering Index teuer, da sich aufeinander folgende Datensätze auf unterschiedlichen Blöcken befinden (können)
- **Dense vs. Sparse**:
 - sparse Index braucht weniger Platz
 - sparse Index hat geringere Kosten beim Aktualisieren
 - dense Index erlaubt bestimmte Anfragen zu beantworten, ohne dass Datensätze gelesen werden müssen ("covering index")

Duplikate/1

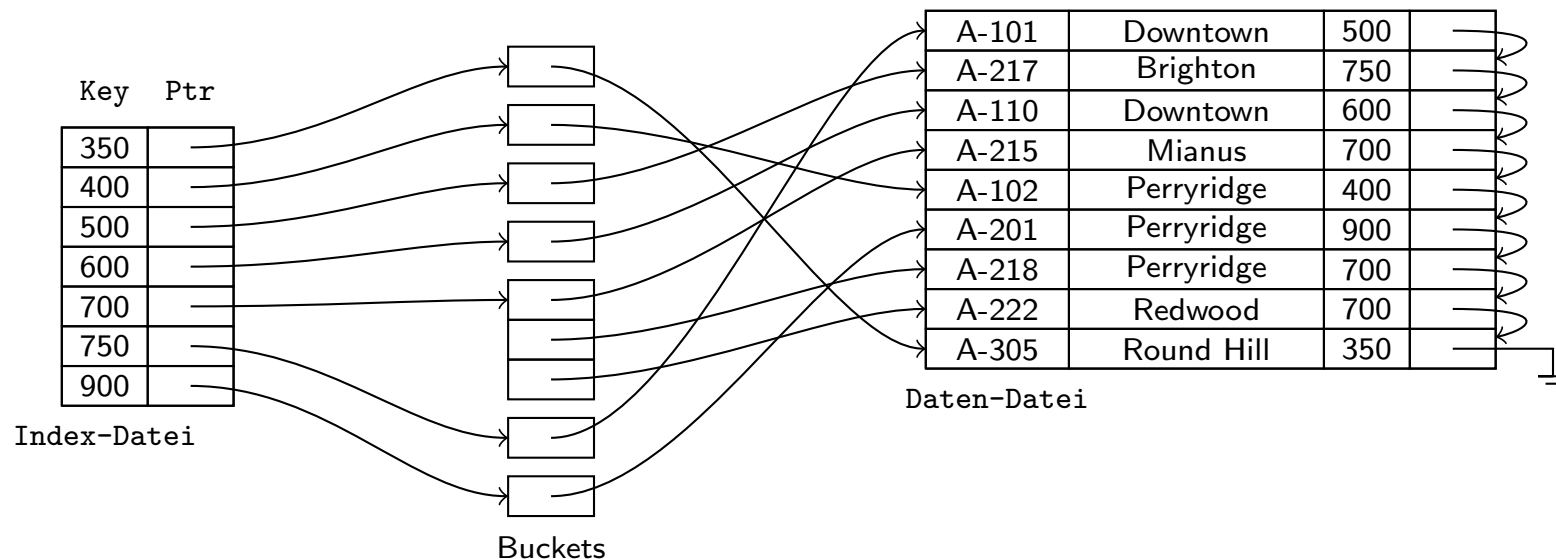
Umgang mit mehrfachen Suchschlüsseln:

(a) Doppelte Indexeinträge:

- ein Indexeintrag für jeden Datensatz
- schwierig zu handhaben, z.B. in B^+ -Baum Index

(b) Buckets:

- nur einen Indexeintrag pro Suchschlüssel
- Index-Eintrag zeigt auf ein Bucket
- Bucket zeigt auf alle Datensätze zum entsprechenden Suchschlüssel
- zusätzlicher Block (Bucket) muss gelesen werden



Duplikate/2

Umgang mit mehrfachen Suchschlüsseln:

(c) Suchschlüssel eindeutig machen:

- Einfügen: TID wird an Suchschlüssel angehängt (sodass dieser eindeutig wird)
 - Löschen: Suchschlüssel und TID werden benötigt (ergibt genau 1 Index-Eintrag)
 - Suche: nur Suchschlüssel wird benötigt (ergibt mehrere Index-Einträge)
- wird in der Praxis verwendet

In den restlichen Folien wird angenommen, dass Suchschlüssel eindeutig sind bzw. eindeutig erstellt wurden.

Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 **Sequentielle Indextypen**
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Inhalt

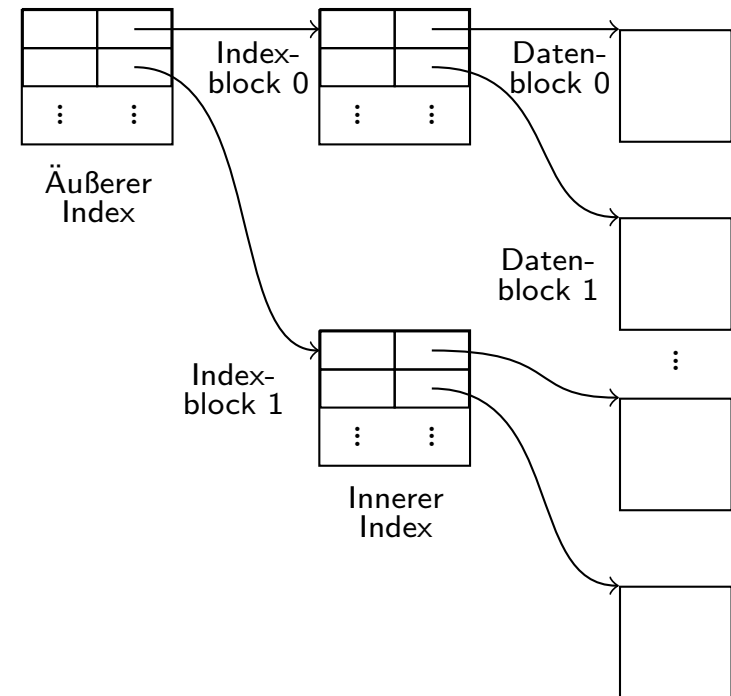
- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Mehrstufiger Index/1

- Großer Index wird teuer:
 - Index passt nicht mehr in Hauptspeicher und mehrere Block-Lese-Operationen werden erforderlich
 - binäre Suche: $\lfloor \log_2(B) \rfloor + 1$ Block-Lese-Operationen (Index mit B Blöcken)
 - eventuelle Overflow Blöcke müssen sequentiell gelesen werden
- Lösung: Mehrstufiger Index
 - Index wird selbst wieder indiziert
 - dabei wird der Index als sequentielle Daten-Datei behandelt

Mehrstufiger Index/2

- **Mehrstufiger Index:**
 - Innerer Index: Index auf Daten-Datei
 - Äußerer Index: Index auf Index-Datei
- Falls äußerer Index zu groß wird, kann eine **weitere Index-Ebene** eingefügt werden.
- Diese Art von (ein- oder mehrstufigem) Index wird auch als **ISAM** (Index Sequential Access Method) oder **index-sequentielle Datei** bezeichnet.



Mehrstufiger Index/3

- Index Suche
 - beginne beim Root-Knoten
 - finde alle passenden Einträge und verfolge die entsprechenden Pointer
 - wiederhole bis Pointer auf Datensatz zeigt (Blatt-Ebene)
- Index Update: Löschen und Einfügen
 - Indizes aller Ebenen müssen nachgeführt werden
 - Update startet beim innersten Index
 - Erweiterungen der Algorithmen für einstufige Indizes

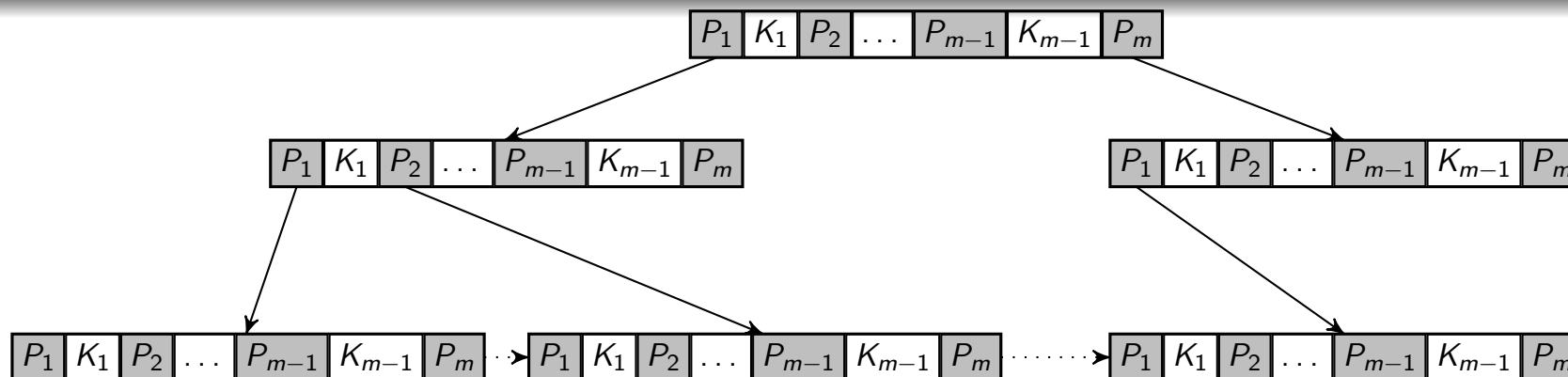
Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

B^+ -Baum/1

B^+ -Baum: Alternative zu index-sequentiellen Dateien:

- **Vorteile** von B^+ -Bäumen:
 - Anzahl der Ebenen wird automatisch angepasst
 - reorganisiert sich selbst nach Einfüge- oder Löschoperationen durch kleine lokale Änderungen
 - reorganisieren des gesamten Indexes ist nie erforderlich
- **Nachteile** von B^+ -Bäumen:
 - evtl. Zusatzaufwand bei Einfügen und Löschen
 - etwas höherer Speicherbedarf
 - komplexer zu implementieren
- Vorteile wiegen Nachteile in den meisten Anwendungen bei weitem auf, deshalb sind B^+ -Bäume die meist-verbreitete Index-Struktur

B^+ -Baum/2

- **Knoten mit Grad m :** enthält bis zu $m - 1$ Suchschlüssel und m Pointer
 - Knotengrad $m > 2$ entspricht der maximalen Anzahl der Pointer
 - Suchschlüssel im Knoten sind sortiert
 - Knoten (außer Wurzel) sind mindestens halb voll
- **Wurzelknoten:**
 - als Blattknoten: 0 bis $m - 1$ Suchschlüssel
 - als Nicht-Blattknoten: mindestens 2 Kinder
- **Innerer Knoten:** $\lceil m/2 \rceil$ bis m Kinder (=Anzahl Pointer)
- **Blattknoten:** $\lceil (m - 1)/2 \rceil$ bis $m - 1$ Suchschlüssel bzw. Daten-Pointer
- **balancierter Baum:** alle Pfade von der Wurzel zu den Blättern sind gleich lang (maximal $\lceil \log_{\lceil m/2 \rceil}(L) \rceil$ Kanten für L Blattknoten)

Terminologie und Notation

- Ein Paar (P_i, K_i) ist ein Eintrag
- $L[i] = (P_i, K_i)$ bezeichnet den i -ten Eintrag von Knoten L
- **Daten-Pointer:** Pointer zu Datensätzen sind nur in den Blättern gespeichert
- **Verbindung zwischen Blättern:** der letzte Pointer im Blatt, P_m , zeigt auf das nächste Blatt

Anmerkung: Es gibt viele Varianten des B^+ -Baumes, die sich leicht unterscheiden. Auch in Lehrbüchern werden unterschiedliche Varianten vorgestellt. Für diese Lehrveranstaltung gilt der B^+ -Baum, wie er hier präsentiert wird.

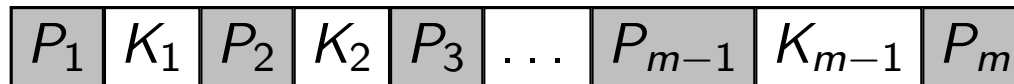
B^+ -Baum Knotenstruktur/1



Blatt-Knoten:

- $K_1, \dots, K_{m-1}$ sind Suchschlüssel
- $P_1, \dots, P_{m-1}$ sind Daten-Pointer
- Suchschlüssel sind sortiert: $K_1 < K_2 < K_3 < \dots < K_{m-1}$
- Daten-Pointer P_i , $1 \leq i \leq m-1$, zeigt auf einen Datensatz mit Suchschlüssel K_i
- P_m zeigt auf das nächste Blatt in Suchschlüssel-Ordnung

B^+ -Baum Knotenstruktur/2

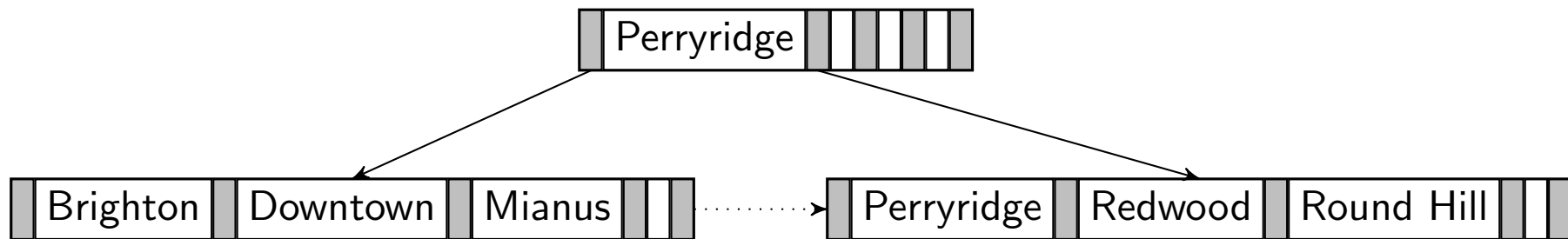


Innere Knoten:

- Stellen einen **mehrstufigen sparse Index** auf die Blattknoten dar
- Suchschlüssel im Knoten sind **eindeutig**
- $P_1, \dots, P_m$ sind **Pointer zu Kind-Knoten**, d.h., zu Teilbäumen
- Alle **Suchschlüssel k im Teilbaum von P_i** haben folgende Eigenschaften:
 - $i = 1: k < K_1$
 - $1 < i < m: K_{i-1} \leq k < K_i$
 - $i = m: k \geq K_{m-1}$

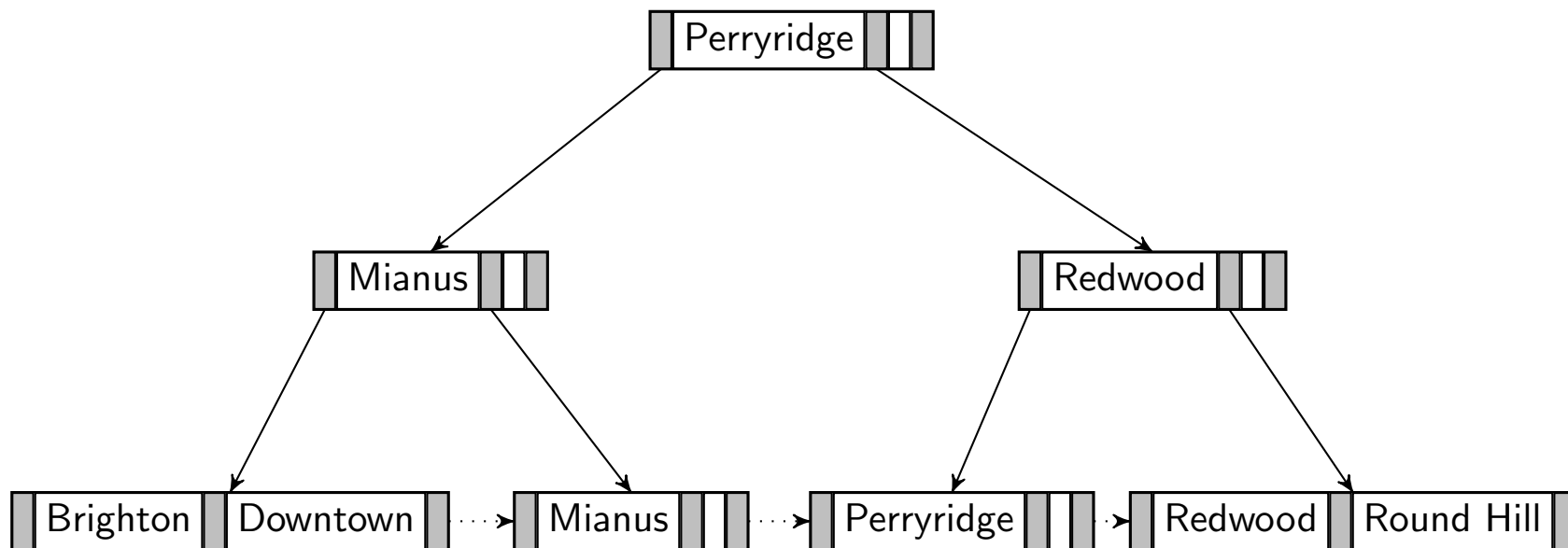
Beispiel: B^+ -Baum/1

- Index auf Konto-Relation mit Suchschlüssel Filiale
- B^+ -Baum mit Knotengrad $m = 5$:
 - Wurzel: mindestens 2 Pointer zu Kind-Knoten
 - Innere Knoten: $\lceil m/2 \rceil = 3$ bis $m = 5$ Pointer zu Kind-Knoten
 - Blätter: $\lceil (m - 1)/2 \rceil = 2$ bis $m - 1 = 4$ Suchschlüssel



Beispiel: B^+ -Baum/2

- B^+ -Baum für Konto-Relation (Knotengrad $m = 3$)
 - Wurzel: mindestens 2 Pointer zu Kind-Knoten
 - Innere Knoten: $\lceil m/2 \rceil = 2$ bis $m = 3$ Pointer zu Kind-Knoten
 - Blätter: $\lceil (m - 1)/2 \rceil = 1$ bis $m - 1 = 2$ Suchschlüssel

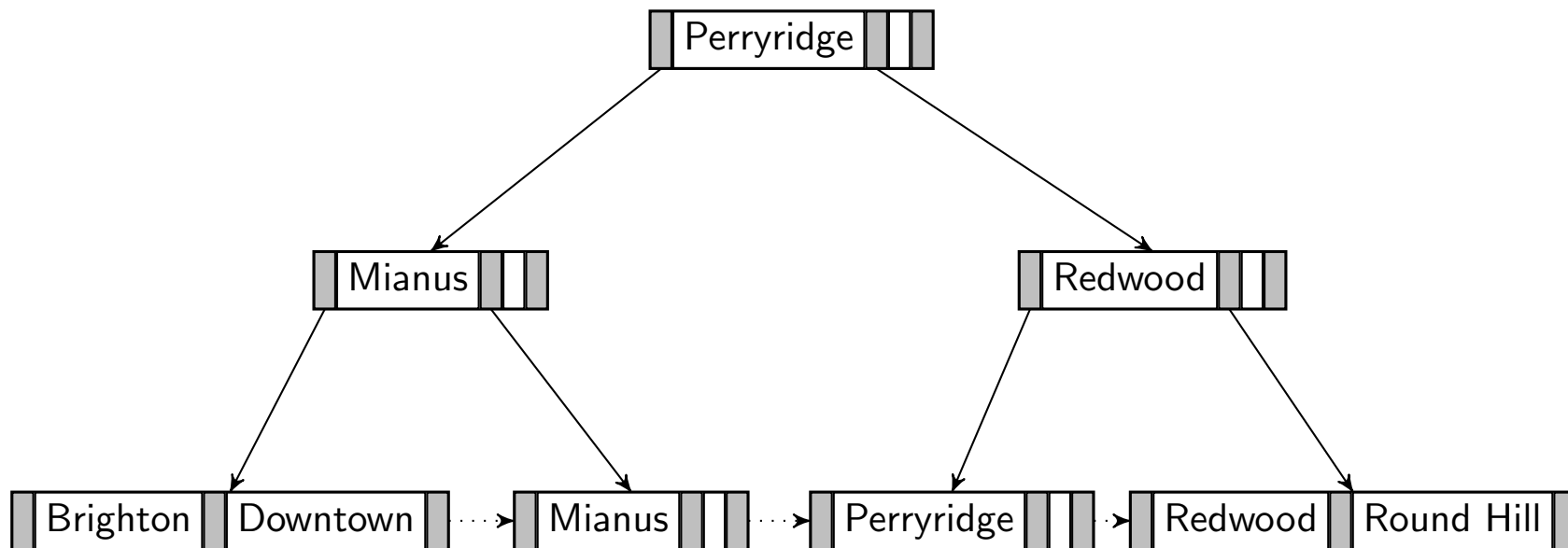


Suche im B^+ -Baum/1

- **Algorithmus: Suche** alle Datensätze mit Suchschlüssel k
(Annahme: denses B^+ -Baum Index):
 1. $C \leftarrow$ Wurzelknoten
 2. **while** C keine Blattknoten **do**
 - suche im Knoten C nach dem größten Schlüssel $K_i \leq k$
 - if** ein Schlüssel $K_i \leq k$ existiert
 - then** $C \leftarrow$ Knoten auf den P_{i+1} zeigt
 - else** $C \leftarrow$ Knoten auf den P_1 zeigt
 3. **if** es gibt einen Schlüssel K_i in C sodass $K_i = k$
 - then** folge Pointer P_i zum gesuchten Datensatz
 - else** kein Indexeintrag mit Suchschlüssel k existiert

Suche im B^+ -Baum/2

- **Beispiel:** Finde alle Datensätze mit Suchschlüssel $k = \text{Mianus}$
 - Beginne mit dem Wurzelknoten
 - Kein Schlüssel $K_i \leq \text{Mianus}$ existiert, also folge P_1
 - $K_1 = \text{Mianus}$ ist der größte Suchschlüssel $K_i \leq \text{Mianus}$, also folge P_2
 - Suchschlüssel Mianus existiert, also folge dem ersten Datensatz-Pointer P_1 um zum Datensatz zu gelangen



Suche im B^+ -Baum/3

- Suche durchläuft Pfad von Wurzel bis Blatt:
 - Länge des Pfads höchstens $\lceil \log_{\lceil m/2 \rceil}(L) \rceil$ für L Blattknoten
 $\Rightarrow \lceil \log_{\lceil m/2 \rceil}(L) \rceil + 1$ Blöcke¹ müssen gelesen werden
 - sind die Blattknoten nur minimal voll ($\lceil (m-1)/2 \rceil$),
ergibt sich die maximale Anzahl der Blattknoten: $L = \left\lceil \frac{K}{\lceil (m-1)/2 \rceil} \right\rceil$
 - Wurzelknoten bleibt in der Praxis im Hauptspeicher, oft auch dessen Kinder, dadurch werden 1–2 Block-Zugriffe pro Suche gespart
- Suche effizienter als in sequentielllem Index:
 - bis zu $\lfloor \log_2(B) \rfloor + 1$ Blöcke¹ lesen im einstufigen sequentiellen Index
(binäre Suche, Index mit B Blöcken, $B = \lceil K/(m-1) \rceil$)

¹nur Index Blöcke werden gezählt, Datenzugriff hier nicht berücksichtigt

Integrierte Übung 2.1

Es soll ein Index mit $K = 10^6$ verschiedenen Suchschlüsseln erstellt werden. Ein Knoten kann maximal 200 Schlüssel mit den entsprechenden Pointern speichern. Es soll nach einem bestimmten Suchschlüssel k gesucht werden.

- a) Wie viele Block-Zugriffe erfordert ein B^+ -Baum Index maximal, wenn kein Block im Hauptspeicher ist?
- b) Wie viele Block-Zugriffe erfordert ein einstufiger, sequentieller Index mit binärer Suche?

Einfügen in B^+ -Baum/1

- Datensatz mit Suchschlüssel k einfügen:
 1. füge Datensatz in Daten-Datei ein (ergibt Pointer)
 2. finde Blattknoten für Suchschlüssel k
 3. **falls** im Blatt noch Platz ist **dann**:
 - füge (Pointer, Suchschlüssel)-Paar so in Blatt ein, dass Ordnung der Suchschlüssel erhalten bleibt
 4. **sonst** (Blatt ist voll) teile Blatt-Knoten:
 - a) sortiere alle Suchschlüssel (einschließlich k)
 - b) die Hälfte der Suchschlüssel bleiben im alten Knoten
 - c) die andere Hälfte der Suchschlüssel kommt in einen neuen Knoten
 - d) füge den kleinsten Eintrag des neuen Knotens in den Eltern-Knoten des geteilten Knotens ein
 - e) **falls** Eltern-Knoten voll ist **dann**:
teile den Knoten und propagiere Teilung nach oben, sofern nötig

Einfügen in B^+ -Baum/2

- Aufteilvorgang:

- falls nach einer Teilung der neue Schlüssel im Elternknoten nicht Platz hat wird auch dieser geteilt
- im schlimmsten Fall wird der Wurzelknoten geteilt und der B^+ -Baum wird um eine Ebene tiefer

Algorithmus: Einfügen in B^+ -Baum/1 – Blattknoten

→ Knoten L , Suchschlüssel k , Pointer p zu Datensatz

Algorithm 1: B+Tree-Insert(L, k, p)

if L has fewer than $m - 1$ key values **then**

 insert(k, p) into L

else

// Knoten teilen

$T \leftarrow L \cup (k, p)$; sort T ;

// temporärer Speicher

 create new node L' ;

$L'.p_m \leftarrow L.p_m$;

// füge neuen Knoten L' in

 remove all entries from L ;

// ...verkettete Liste

$L.p_m \leftarrow L'$;

// ...von Blättern ein

 copy $T.p_1$ through $T.k_{\lceil m/2 \rceil}$ into L ; // Verteile Einträge auf L

 copy $T.p_{\lceil m/2 \rceil + 1}$ through $T.k_m$ into L' ; // ...und L'

$k' \leftarrow T.k_{\lceil m/2 \rceil + 1}$; // neuen Knoten L' mit Schlüssel k'

 B+Tree-InsertInParent(L, k', L'); // ...in Elternknoten verlinken

Algorithmus: Einfügen in B^+ -Baum/2 – Innerer Knoten

Algorithm 2: B+Tree-InsertInParent(L, k, L')

```

if  $L$  is root then                                     // Wurzel teilen
  create new root with children  $L, L'$  and key value  $k$ ;
  return;

 $P \leftarrow \text{parent}(L)$ ;                                // Paar  $(k, p)$  soll in Knoten  $P$ 
 $p \leftarrow \text{pointer to } L'$ ;                          // ...eingefügt werden
if  $P$  has fewer than  $m$  pointers then                  // Teilen nicht erforderlich
  insert( $k, p$ ) into  $P$ ;

else                                                    // Elternknoten teilen
   $T \leftarrow P \cup (k, p)$ ;
  erase all entries from  $P$ ;                               // alter Elternknoten
  create new node  $P'$ ;                                   // neuer Elternknoten

  copy  $T.p_1$  through  $T.p_{\lceil m/2 \rceil}$  into  $P$ ;          // Verteile Einträge auf  $P$ 
  copy  $T.p_{\lceil m/2 \rceil + 1}$  through  $T.p_{m+1}$  into  $P'$ ; // ...und  $P'$ 

   $k' \leftarrow T.k_{\lceil m/2 \rceil}$ ;                       // neuen Knoten  $P'$  mit Schlüssel  $k'$  in
  B+Tree-InsertInParent( $P, k', P'$ ); // ...Großelternknoten verlinken
  
```

Blatt teilen/1

Kopiere L nach T und füge (k, p) ein:

p_1	k_1	p_2	k_2	p_3
-------	-------	-------	-------	-------

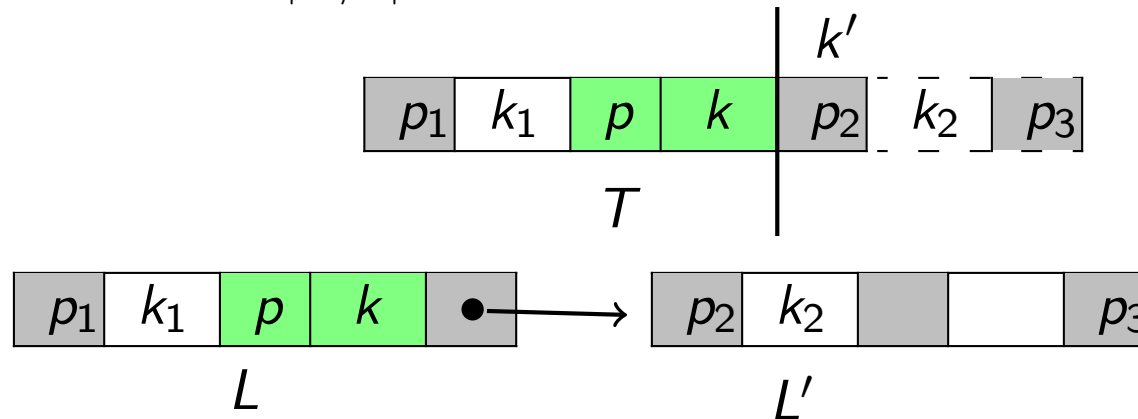
 $m = 3$

1. Anhängen und sortieren (z.B.: $k_1 < k < k_2$)

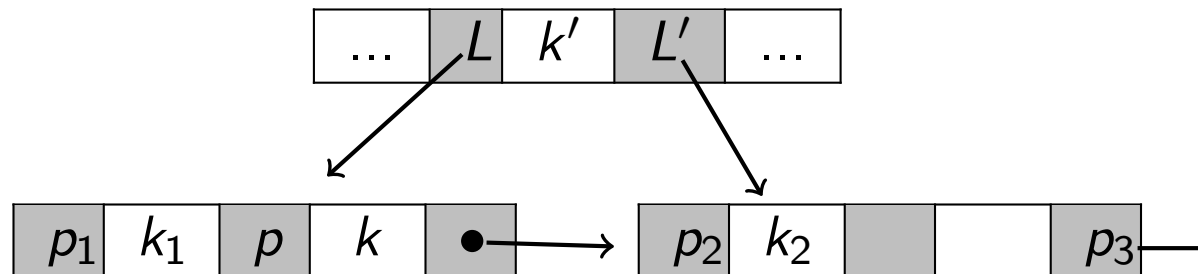
T

p_1	k_1	p	k	p_2	k_2	p_3
-------	-------	-----	-----	-------	-------	-------

2. Teilen ($k' = T.k_{\lceil m/2 \rceil + 1} = T.k_3$)



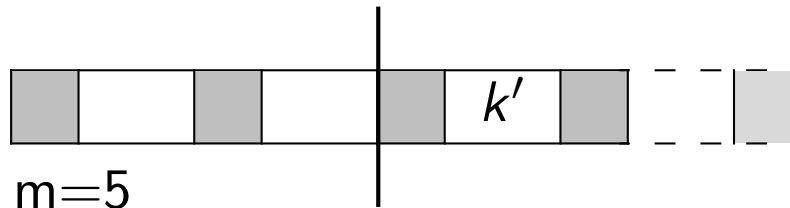
3. (k', L') in Elternknoten von L einfügen



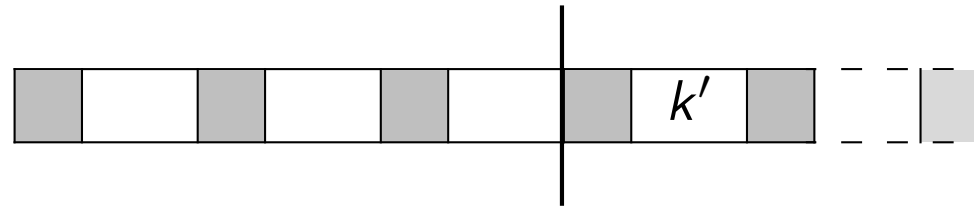
Blatt teilen/2

$$k' = T.k_{\lceil m/2 \rceil + 1}$$

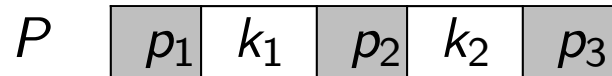
- m gerade, z.B.: m=4



- m ungerade, z.B.: m=5

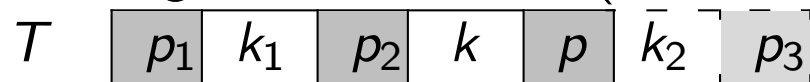


Innere Knoten teilen/1

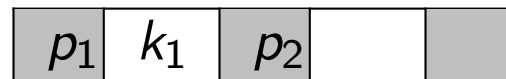
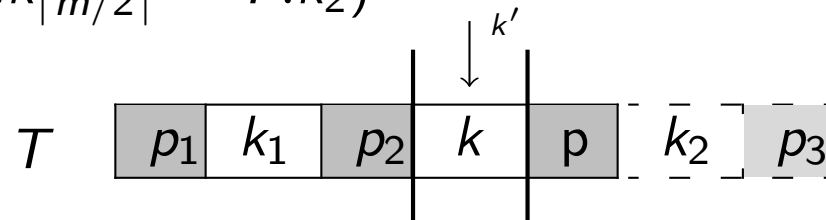


Kopiere P nach T und füge (k, p) ein:

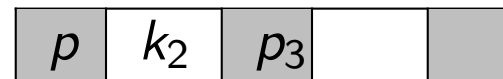
1. Anhängen und sortieren (z.B.: $k_1 < k < k_2$)



2. Teilen ($k' = T.k_{\lceil m/2 \rceil} = T.k_2$)



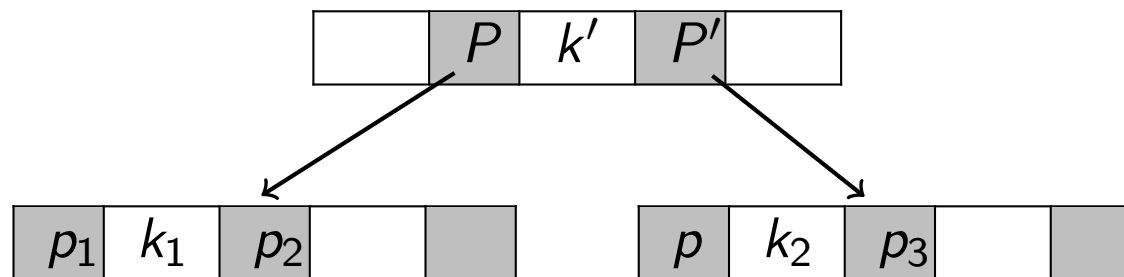
P



P'

Innere Knoten teilen/2

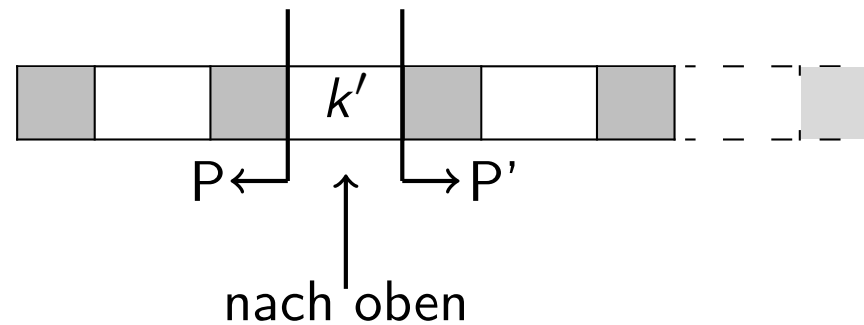
3. (k', P') in Elternknoten von P einfügen



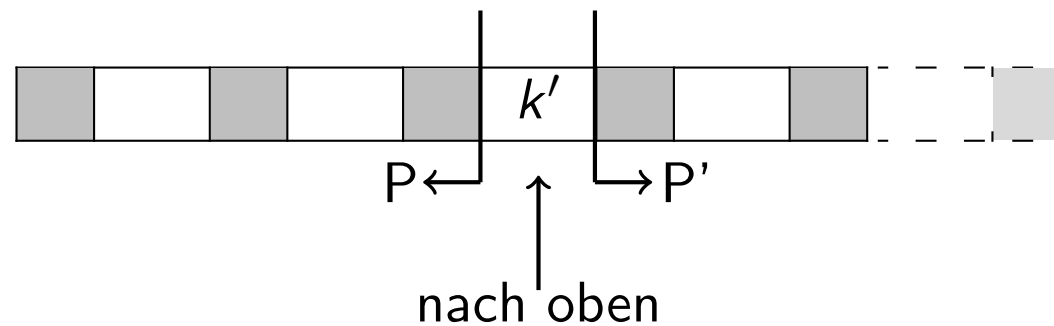
Innere Knoten teilen/3

$$k' = T.k_{\lceil m/2 \rceil}$$

- m gerade, z.B.: m=4

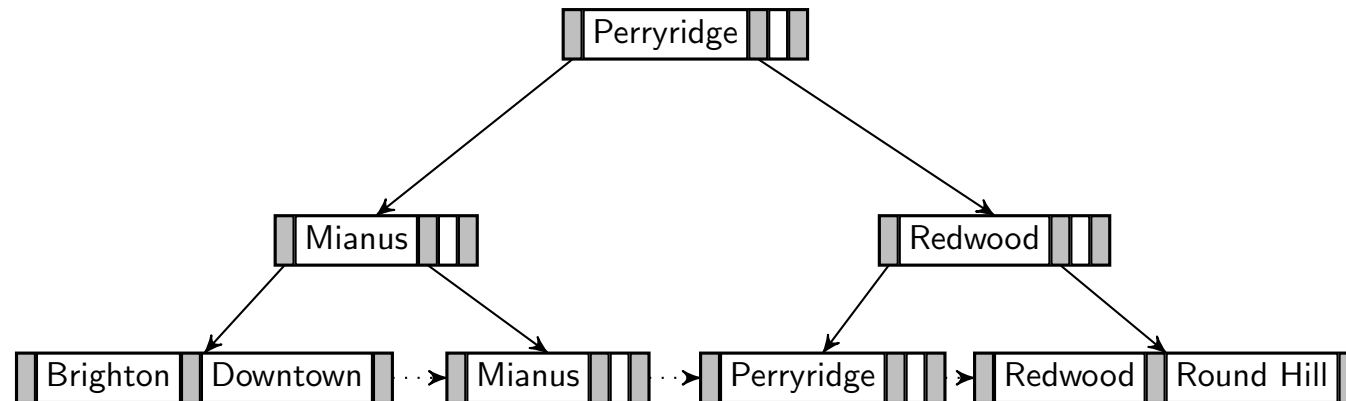


- m ungerade, z.B.: m=5

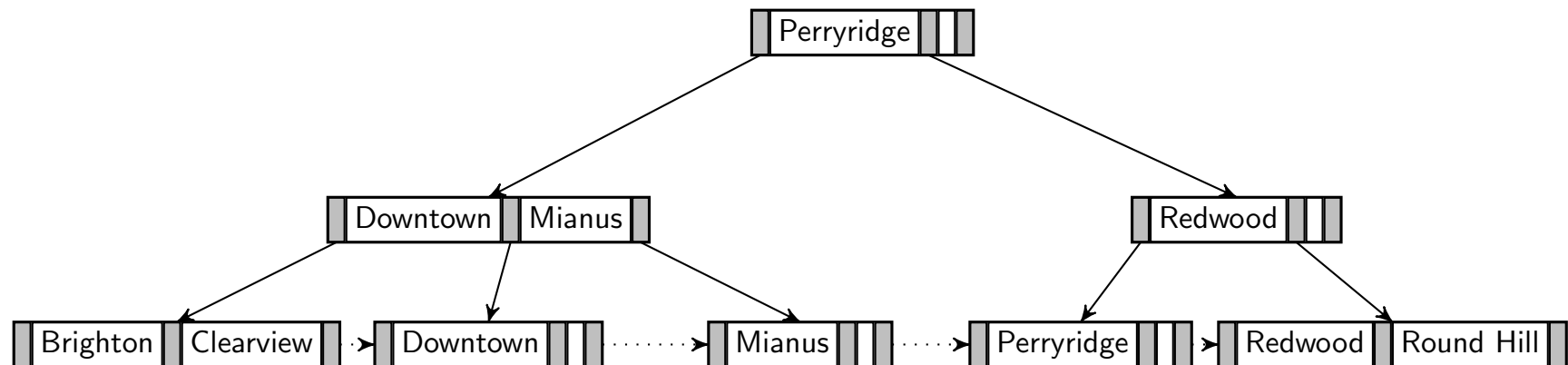


Beispiel: Einfügen in B^+ -Baum/1

- B^+ -Baum vor Einfügen von *Clearview*

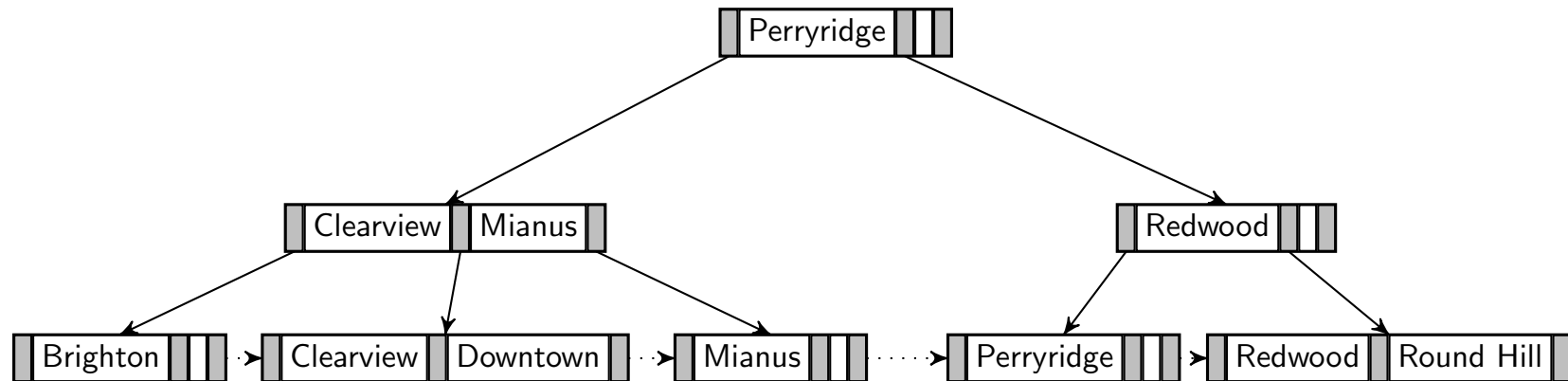


- B^+ -Baum nach Einfügen von *Clearview*

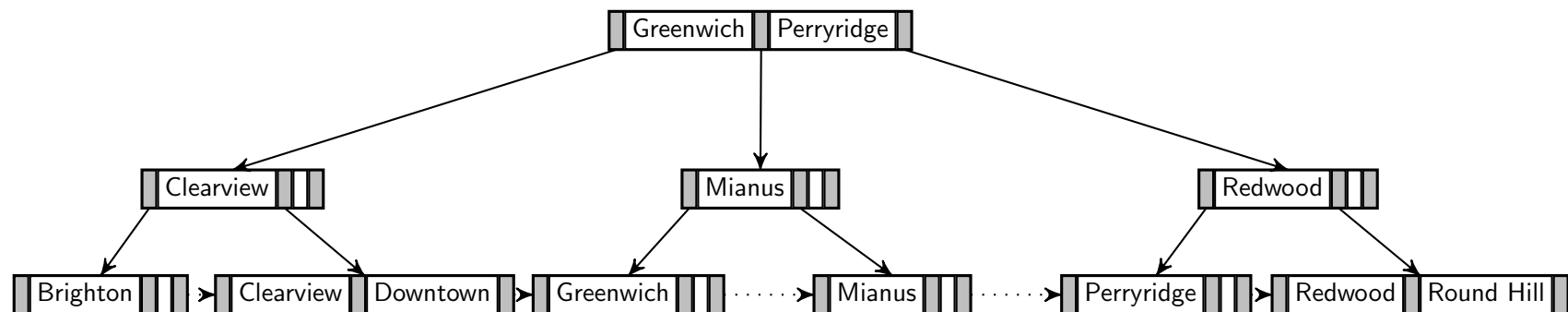


Beispiel: Einfügen in B^+ -Baum/2

- B^+ -Baum vor Einfügen von *Greenwich*



- B^+ -Baum nach Einfügen von *Greenwich*



Löschen von B^+ -Baum/1

Datensatz mit Suchschlüssel k löschen:

1. finde Blattknoten mit Suchschlüssel k
2. lösche k von Knoten
3. **falls** Knoten durch Löschen von k zu wenige Einträge hat:
 - a. Einträge im Knoten und einem Geschwisterknoten passen in 1 Knoten **dann**:
 - **vereinige** die beiden Knoten in einen einzigen Knoten (den linken, falls er existiert; ansonsten den rechten) und lösche den anderen Knoten
 - lösche den Eintrag im Elternknoten der zwischen den beiden Knoten ist und wende Löschen rekursiv an
 - b. Einträge im Knoten und einem Geschwisterknoten passen *nicht* in 1 Knoten **dann**:
 - **verteile** die Einträge zwischen den beiden Knoten sodass beide die minimale Anzahl von Einträgen haben
 - aktualisiere den entsprechenden Suchschlüssel im Eltern-Knoten

Löschen von B^+ -Baum/2

- Vereinigung:
 - Vereinigung zweier Knoten propagiert im Baum nach oben bis ein Knoten mit mehr als $\lceil m/2 \rceil$ Kindern gefunden wird
 - falls die Wurzel nach dem Löschen nur mehr ein Kind hat, wird sie gelöscht und der Kind-Knoten wird zur neuen Wurzel

Algorithmus: Löschen im B^+ -Baum

Algorithm 3: B+TreeDelete(L, k, p)

```

delete( $k, p$ ) from  $L$ 
if  $L$  is root and has only one remaining child then
    └ make the child the new root and delete  $L$ 
else if  $L$  has too few values/pointers then
     $L' \leftarrow$  previous sibling of  $L$  [next, if there is no previous];
     $k' \leftarrow$  value between  $L$  and  $L'$  in parent( $L$ );
    if entries in  $L$  and  $L'$  can fit in a single node then // vereinigen
        if  $L$  is a predecessor of  $L'$  then swap  $L$  with  $L'$ ;
        if  $L$  is not a leaf then  $L' \leftarrow L' \cup k'$  and all  $(k_i, p_i)$  from  $L$ ;
        else  $L' \leftarrow L' \cup$  all  $(k_i, p_i)$  from  $L$ ;
        B+TreeDelete(parent( $L$ ),  $k', L$ );
    else // verteilen
        if  $L'$  is a predecessor of  $L$  then
            if  $L$  is a nonleaf node then
                remove the last  $(k, p)$  of  $L'$ ;
                └ insert the former last  $p$  of  $L'$  and  $k'$  as the first pointer and value in  $L$ ;
            else move the last  $(p, k)$  of  $L'$  as the first pointer and value to  $L$ ;
            └ replace  $k'$  in parent( $L$ ) by the former last  $k$  of  $L'$ ;
        else symmetric to the then case (switch first  $\leftrightarrow$  last,...);

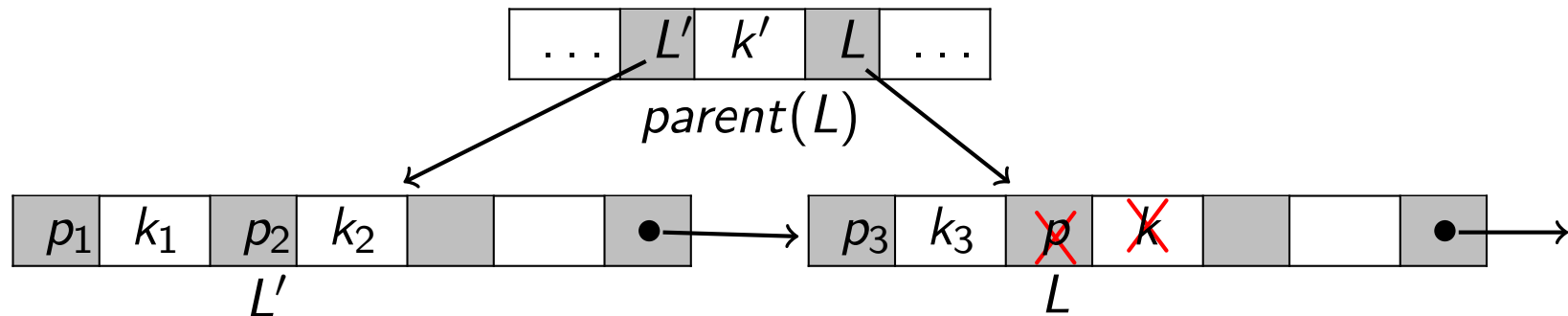
```

Löschen aus Blatt/1

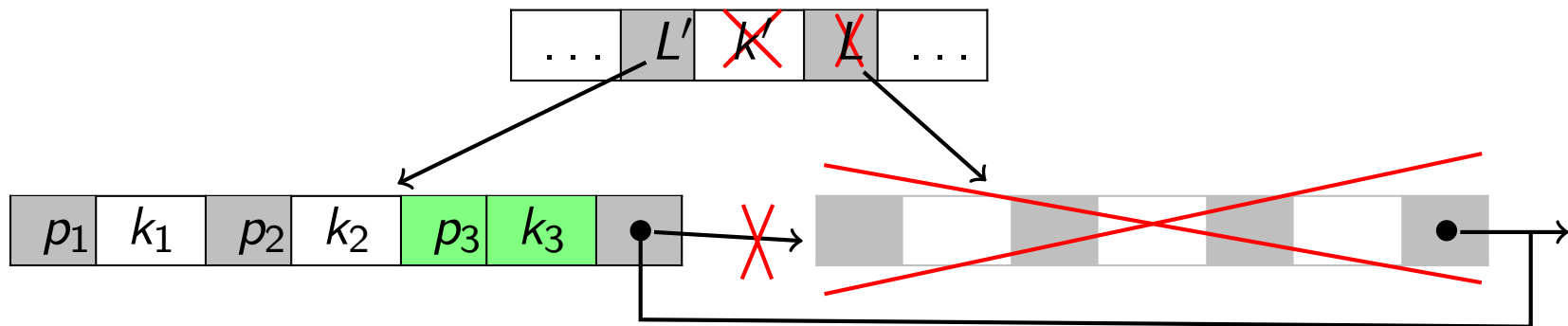
(k, p) wird aus L gelöscht:

1. Vereinigen ($m = 4$)

Vorher:



Nachher:

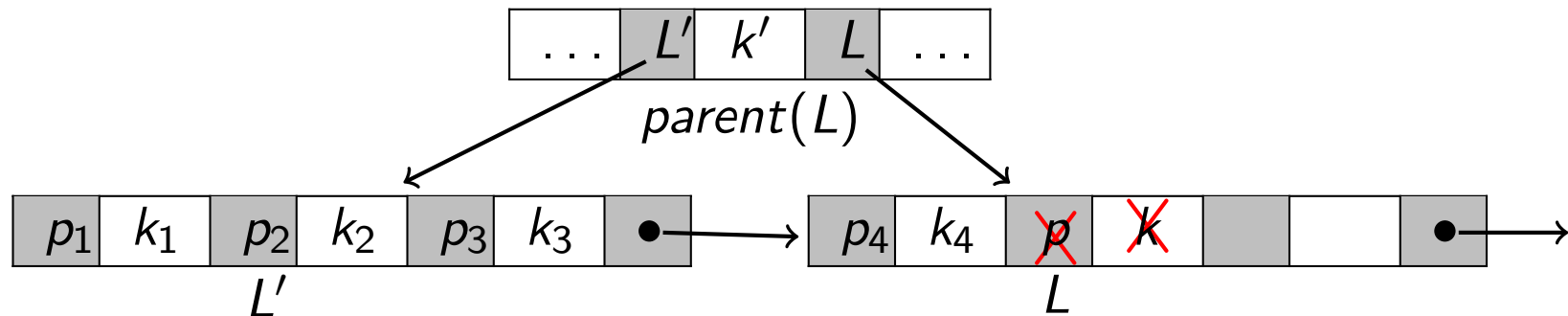


Löschen aus Blatt/2

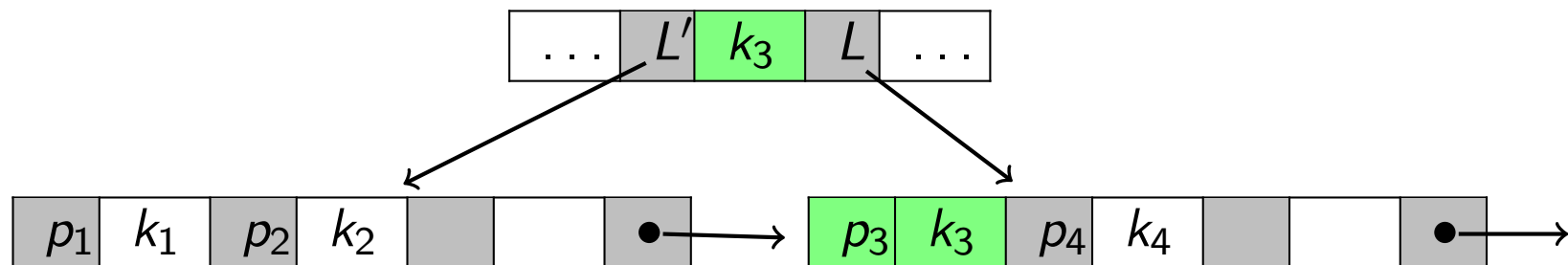
(k, p) wird aus L gelöscht:

2. Verteilen ($m = 4$)

Vorher:



Nachher:

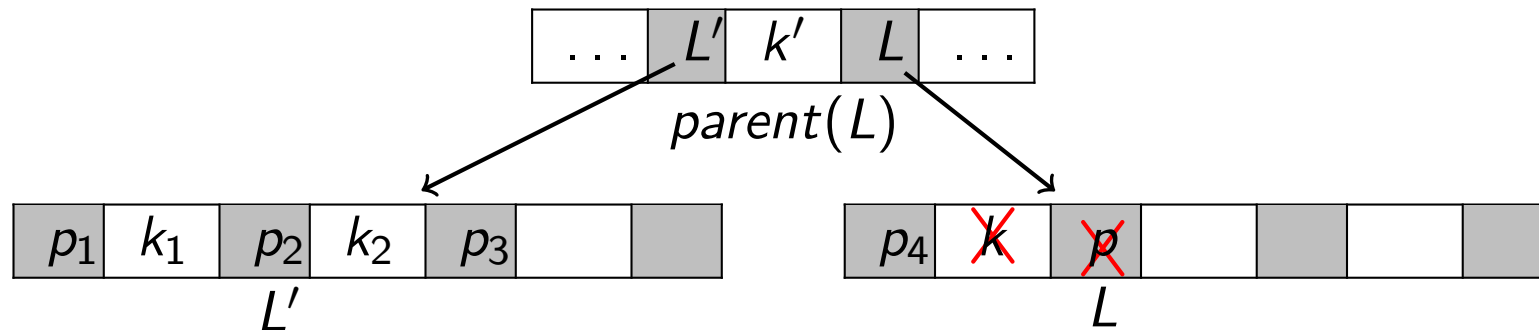


Löschen aus innerem Knoten/1

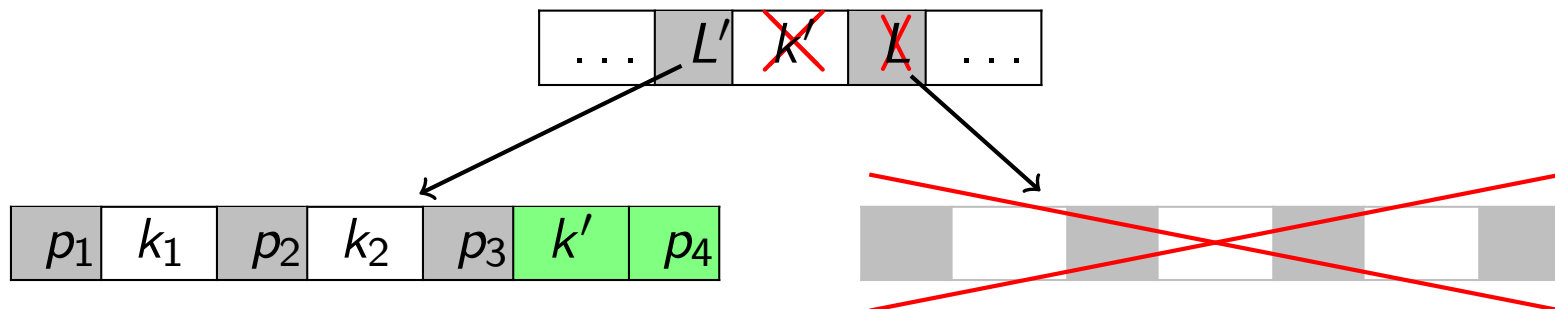
(k, p) wird aus L gelöscht:

1. Vereinigen ($m = 4$)

Vorher:



Nachher:

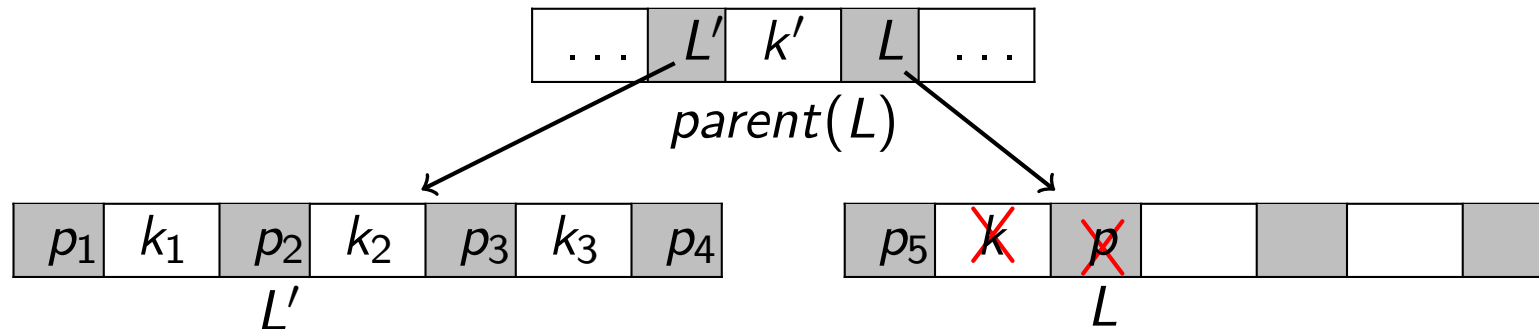


Löschen aus innerem Knoten/2

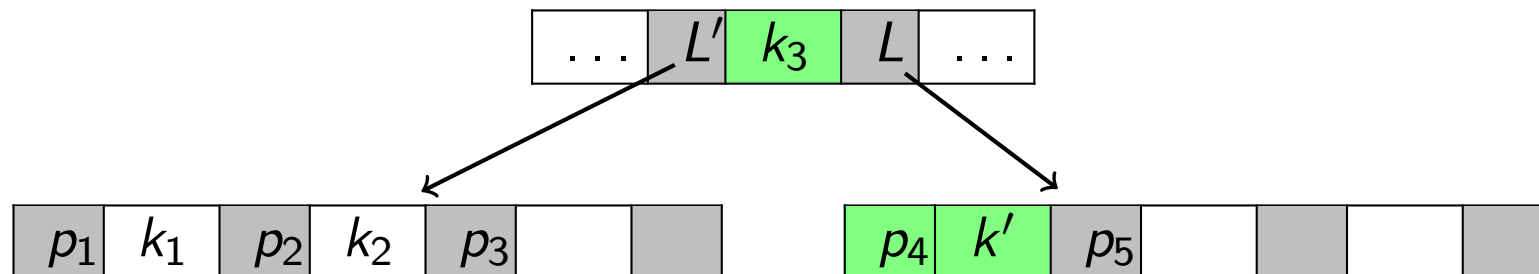
(k, p) wird aus L gelöscht:

2. Verteilen ($m = 4$)

Vorher:

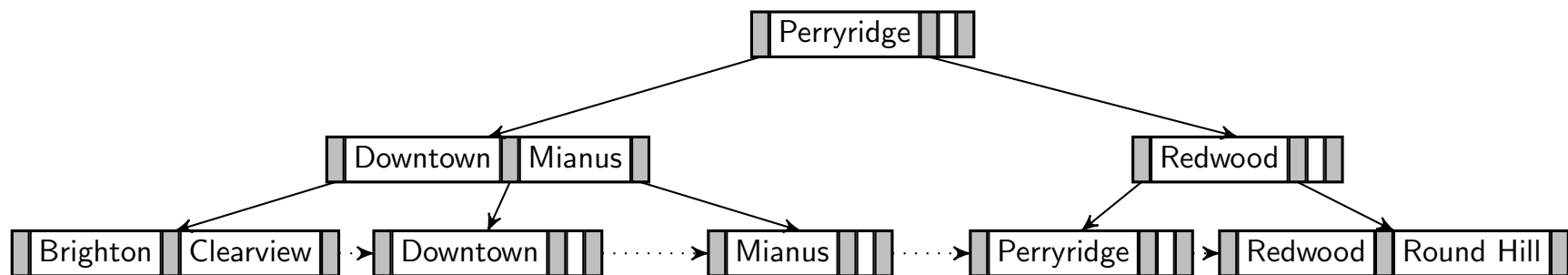


Nachher:

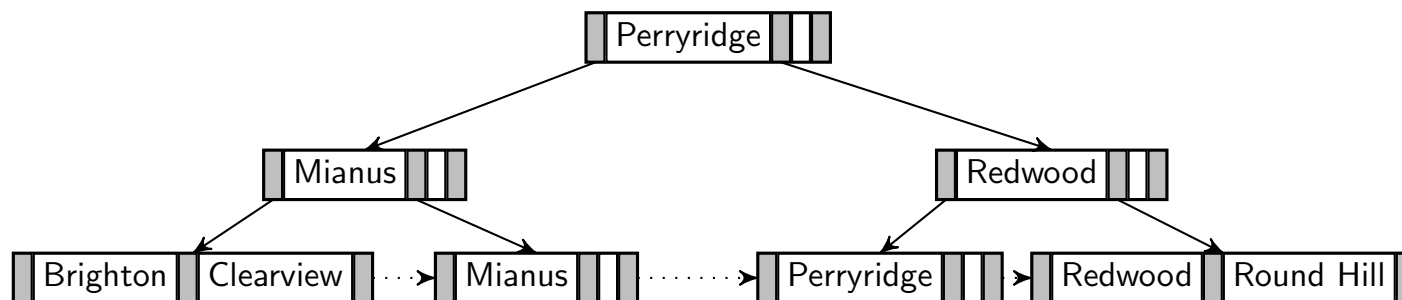


Beispiel: Löschen von B^+ -Baum/1

- Vor Löschen von *Downtown*:



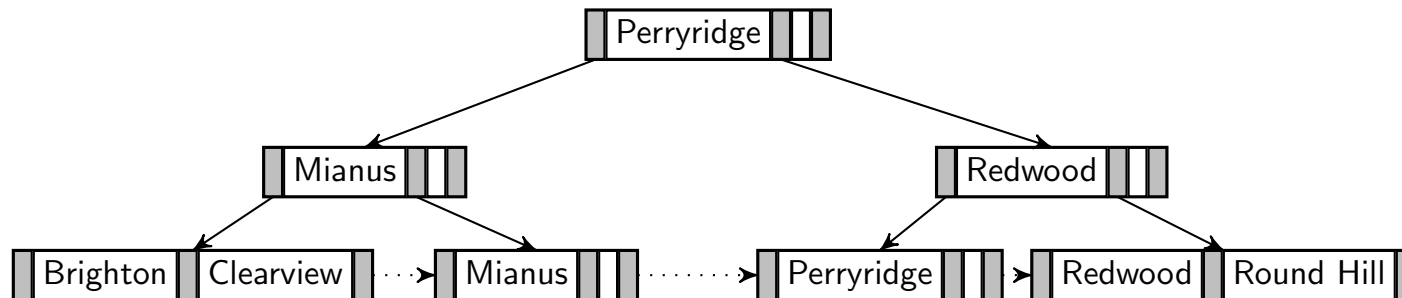
- Nach Löschen von *Downtown*:



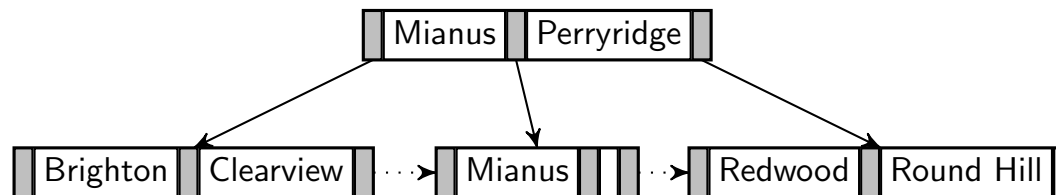
- Nach Löschen des Blattes mit *Downtown* hat der Elternknoten noch genug Pointer.
- Somit propagiert Löschen nicht weiter nach oben.

Beispiel: Löschen von B^+ -Baum/2

- Vor Löschen von *Perryridge*:



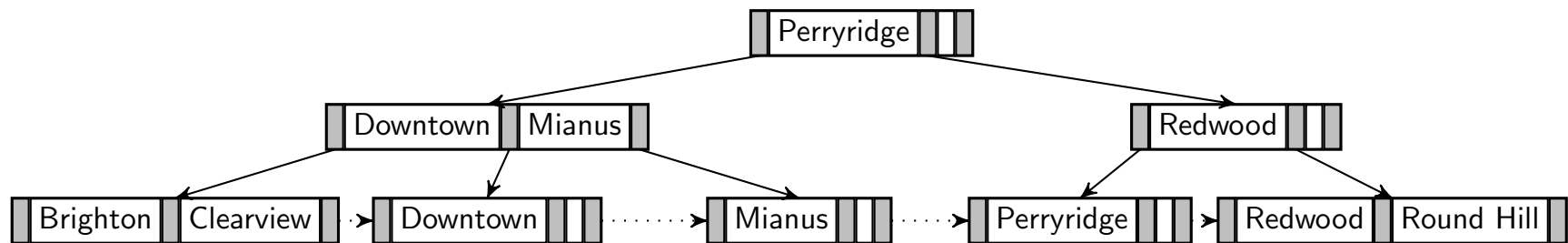
- Nach Löschen von *Perryridge*:



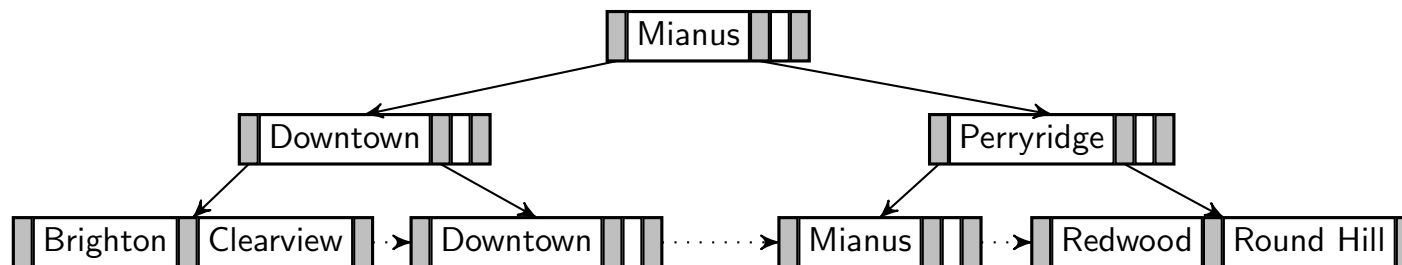
- Blatt mit *Perryridge* hat durch Löschen zu wenig Einträge und wird mit dem (rechten) Geschwisterknoten **vereinigt**.
- Dadurch hat der Elternknoten zu wenig Pointer und wird mit seinem (linken) Geschwisterknoten **vereinigt** (und ein Eintrag wird vom gemeinsamen Elternknoten gelöscht).
- Die Wurzel hat jetzt nur noch 1 Kind und wird gelöscht.

Beispiel: Löschen von B^+ -Baum/3

- Vor Löschen von *Perryridge*:



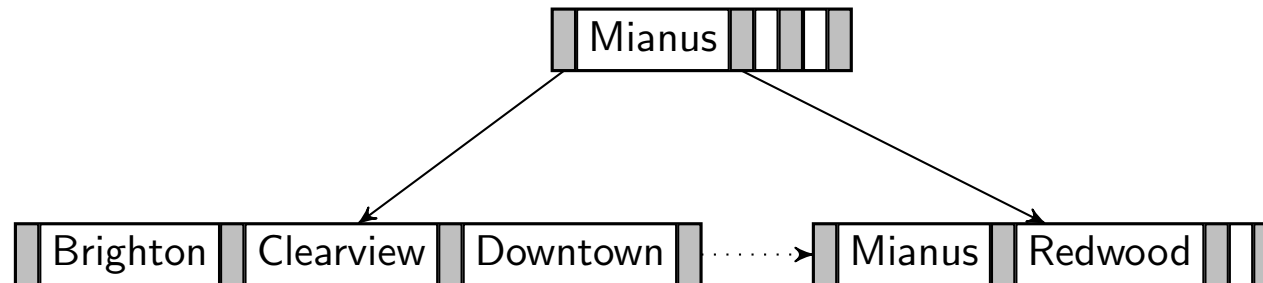
- Nach Löschen von *Perryridge*:



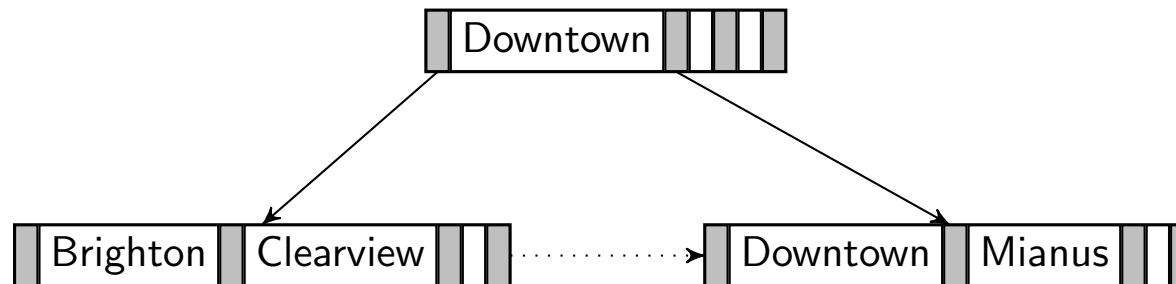
- Elternknoten von Blatt mit *Perryridge* hat durch Löschen zu wenig Einträge und erhält einen Pointer vom linken Nachbarn (**Verteilung** von Einträgen).
- Schlüssel im Elternknoten des Elternknotens (Wurzel in diesem Fall) ändert sich ebenfalls.

Beispiel: Löschen von B^+ -Baum/4

- Vor Löschen von *Redwood*:



- Nach Löschen von *Redwood*:



- Knoten von Blatt mit *Redwood* hat durch Löschen zu wenig Einträge und erhält einen Eintrag vom linken Nachbarn (*Verteilung* von Einträgen).
- Schlüssel im Elternknoten (Wurzel in diesem Fall) ändert sich ebenfalls.

Zusammenfassung B^+ -Baum

- Knoten mit Pointern verknüpft:
 - logisch nahe Knoten müssen nicht physisch nahe gespeichert sein
 - erlaubt mehr Flexibilität
 - erhöht die Anzahl der nicht-sequentiellen Zugriffe
- B^+ -Bäume sind flach:
 - maximale Tiefe $\lceil \log_{\lceil m/2 \rceil}(L) \rceil$ für L Blattknoten
 - m ist groß in der Praxis (z.B. $m = 200$)
- Suchschlüssel als “Wegweiser”:
 - einige Suchschlüssel kommen als Wegweiser in einem oder mehreren inneren Knoten vor
 - zu einem Wegweiser gibt es nicht immer einen Suchschlüssel in einem Blattknoten (z.B. weil der entsprechende Datensatz gelöscht wurde)
- Einfügen und Löschen sind effizient:
 - nur $O(\log(K))$ viele Knoten müssen geändert werden
 - Index degeneriert nicht, d.h. Index muss nie von Grund auf rekonstruiert werden

Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Statisches Hashing

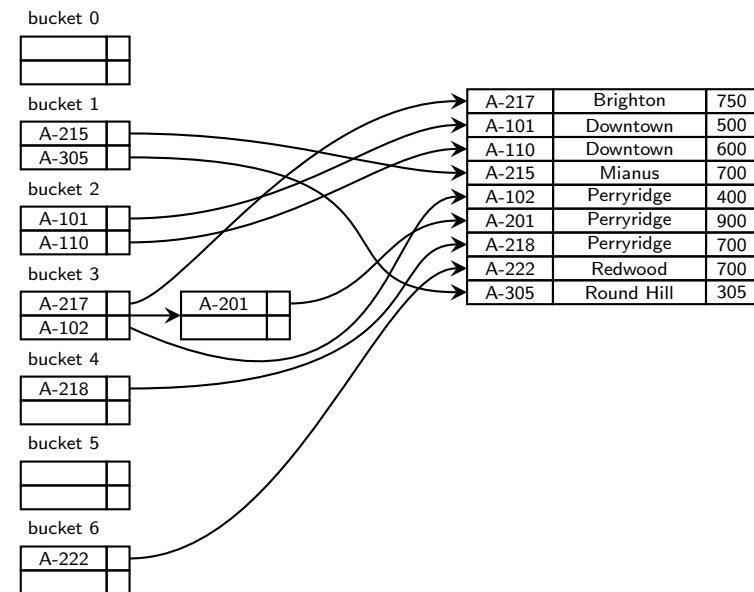
- Nachteile von ISAM und B^+ -Baum Indizes:
 - B^+ -Baum: Suche muss Indexstruktur durchlaufen
 - ISAM: binäre Suche in großen Dateien
 - das erfordert zusätzliche Zugriffe auf Plattenblöcke
- Hashing:
 - erlaubt es auf Daten direkt und ohne Indexstrukturen zuzugreifen
 - kann auch zum Bauen eines Index verwendet werden

Hash Index

- **Hash Index:** organisiert (Suchschlüssel, Pointer) Paare als Hash Datei
 - Pointer zeigt auf Datensatz
 - Suchschlüssel kann mehrfach vorkommen

- **Beispiel:** Index auf Konto-Relation

- Hash Funktion h : Quersumme der Kontonummer modulo 7
- Beachte: Konto-Relation ist nach Filialnamen geordnet



- Hash Index ist immer **Non-Clustering Index**:
 - ist deshalb immer "dense"
 - Primär- bzw. Clustering Hash Index entspricht einer Hash Datei Organisation (zusätzliche Index-Ebene überflüssig)

B^+ -Baum vs. Hash Index

- Hash Index degeneriert wenn es sehr viele identische (Hashwerte für) Suchschlüssel gibt – Overflows!
- Im Average Case für Punktanfragen in n Datensätzen:
 - Hash index: $O(1)$ (sehr gut)
 - B^+ -Baum: $O(\log n)$
- Worst Case für Punktanfragen in n Datensätzen:
 - Hash index: $O(n)$ (sehr schlecht)
 - B^+ -Baum: $O(\log n)$
- Anfragetypen:
 - Punktanfragen: Hash und B^+ -Baum
 - Mehrpunktanfragen: Hash und B^+ -Baum
 - Bereichsanfragen: Hash Index nicht brauchbar

Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Zugriffe über mehrere Suchschlüssel/1

- Wie kann Index verwendet werden, um folgende Anfrage zu beantworten?

select *AccNr*

from *account*

where *BranchName* = "Perryridge" **and** *Balance* = 1000

- Strategien mit mehreren Indizes (jeweils 1 Suchschlüssel):
 - a) *BranchName* = "Perryridge" mit Index auf *BranchName* auswerten; auf Ergebnis-Datensätzen *Balance* = 1000 testen.
 - b) *Balance* = 1000 mit Index auf *Balance* auswerten; auf Ergebnis-Datensätzen *BranchName* = "Perryridge" testen.
 - c) Verwende *BranchName* Index um Pointer zu Datensätzen mit *BranchName* = "Perryridge" zu erhalten; verwende *Balance* Index für Pointer zu Datensätzen mit *Balance* = 1000; berechne die Schnittmenge der beiden Pointer-Mengen.

Zugriffe über mehrere Suchschlüssel/2

- Nur die dritte Strategie nützt das Vorhandensein mehrerer Indizes.
- Auch diese Strategie kann eine schlechte Wahl sein:
 - es gibt viele Konten in der "Perryridge" Filiale
 - es gibt viele Konten mit Kontostand 1000
 - es gibt nur wenige Konten die beide Bedingungen erfüllen
- Effizientere Indexstrukturen müssen verwendet werden:
 - (traditionelle) Indizes auf kombinierten Schlüsseln
 - spezielle mehrdimensionale Indexstrukturen, z.B., Grid Files, Quad-Trees, Bitmap Indizes.

Zugriffe über mehrere Suchschlüssel/3

- Annahme: Geordneter **Index mit kombiniertem Suchschlüssel** (*BranchName*, *Balance*)
- Kombinierte Suchschlüssel haben eine **Ordnung** (*BranchName* ist das erste Attribut, *Balance* ist das zweite Attribut)
 - Folgende Bedingung wird effizient behandelt (alle Attribute):
where *BranchName* = "Perryridge" **and** *Balance* = 1000
 - Folgende Bedingung wird effizient behandelt (Prefix):
where *BranchName* = "Perryridge"
 - Folgende Bedingung ist ineffizient (kein Prefix der Attribute):
where *Balance* = 1000

Inhalt

- 1 Grundlagen
- 2 Sequentielle Indextypen
 - ISAM Index
 - B^+ -Baum
- 3 Hash Index
- 4 Mehrschlüssel Indizes
- 5 Indizes in SQL

Index Definition in SQL

- SQL-92 definiert keine Syntax für Indizes da diese nicht Teil des logischen Datenmodells sind.
- Jedoch alle Datenbanksysteme stellen Indizes zur Verfügung.
- Index erzeugen:
create index <IdxName> **on** <RelName> (<AttrList>)
z.B. **create index** BrNalIdx **on** branch (branch-name)
- **Create unique index** erzwingt eindeutige Suchschlüssel und definiert indirekt ein Schlüsselattribut.
- Primärschlüssel (**primary key**) und Kandidatenschlüssel (**unique**) werden in SQL bei der Tabellendefinition spezifiziert.
- Index löschen:
drop index <index-name>
z.B. **drop index** BrNalIdx

Beispiel: Indizes in PostgreSQL

- **CREATE [UNIQUE] INDEX** name **ON** table_name
" (" col [**DESC**] { ", " col [**DESC**] } ")" [...]
- Beispiele:
 - **CREATE INDEX** MajIdx **ON** Enroll (Major);
 - **CREATE INDEX** MajIdx **ON** Enroll **USING HASH** (Major);
 - **CREATE INDEX** MajMinIdx **ON** Enroll (Major, Minor);

Indexes in Oracle

- B^+ -Baum Index in Oracle:

```
CREATE [UNIQUE] INDEX name ON table_name  
    "(" col [DESC] { "," col [DESC] } ")" [pctfree n] [...]
```

- Anmerkungen:

- pct_free gibt an, wieviel Prozent der Knoten anfangs frei sein sollen.
- UNIQUE sollte nicht verwendet werden, da es ein logisches Konzept ist.
- Oracle erstellt einen B^+ -Baum Index für jede **unique** oder **primary key** definition bei der Erstellung der Tabelle.

- Beispiele:

```
CREATE TABLE BOOK (  
    ISBN INTEGER, Author VARCHAR2 (30) , ... );  
CREATE INDEX book_auth ON book(Author);
```

Anmerkungen zu Indizes in Datenbanksystemen

- Indizes werden **automatisch nachgeführt** wenn Tupel eingefügt, geändert oder gelöscht werden.
- Indizes **verlangsamen** deshalb Änderungsoperationen.
- Einen **Index zu erzeugen** kann lange dauern.
- **Bulk Load**: Es ist (viel) effizienter, zuerst die Daten in die Tabelle einzufügen und nachher alle Indizes zu erstellen als umgekehrt.

Zusammenfassung

- Index Typen:
 - Clustering vs. Non-Clustering Index
 - Dense oder Sparse
- B^+ -Baum:
 - universelle Indexstruktur, auch für Bereichsanfragen
 - Garantien zu Tiefe, Füllgrad und Effizienz
 - Einfügen und Löschen
- Hash Index:
 - statisches und erweiterbares Hashing
 - kein Index für Primärschlüssel nötig
 - gut für Prädikate mit “=”
- Mehrschlüssel Indizes: schwieriger, da es keine totale Ordnung in mehreren Dimensionen gibt
- Indizes in SQL