

Datenbanken 1

Relationale Entwurfstheorie

Nikolaus Augsten
nikolaus.augsten@plus.ac.at
FB Informatik
Universität Salzburg



Sommersemester 2026

Version 22. Mai 2026

Inhalt

- 1 Richtlinien für Relationalen Datenbankentwurf
- 2 Funktionale Abhängigkeiten
- 3 Zerlegung von Relationen
- 4 Normalformen

Inhalt

- 1 Richtlinien für Relationalen Datenbankentwurf
- 2 Funktionale Abhängigkeiten
- 3 Zerlegung von Relationen
- 4 Normalformen

Ziele des Relationalen Datenbankentwurfs

- Ziel des relationalen Entwurfs sind **gute Schemas** in der Datenbank.
- Die Hauptschwierigkeit ist es, eine **gute Gruppierung der Attribute** in relationale Schemas zu finden.

Anomalien bei Datenänderung/1

- Beispiel Schema / Instanz:

AngProj(SVN, PNum, Stunden, AName, PName, POrt)

AngProj

SVN	PNum	Stunden	AName	PName	POrt
1234	1	32.5	Schmidt	ProjektX	Salzburg
1234	2	7.5	Schmidt	ProjektY	Wien
6688	3	40.5	Mair	ProjektZ	Linz
4567	1	20.0	Huber	ProjektX	Salzburg
4567	2	20.0	Huber	ProjektY	Wien
3334	2	10.0	Wong	ProjektY	Wien
3334	3	10.0	Wong	ProjektZ	Linz
3334	10	10.0	Wong	Computerization	Innsbruck
3334	20	10.0	Wong	Reorganization	Linz

- AngProj ist kein gutes Schema, da es unter Anomalien leidet.

Anomalien bei Datenänderung/2

- Beispiel Schema:
 - AngProj(SVN, PNum, Stunden, AName, PName, POrt)
- Updateanomalie
 - Wenn der Ort eines Projektes geändert wird, muss er für alle Angestellten im Projekt geändert werden.
- Einfügeanomalie
 - Es kann kein Projekt ohne Angestellte eingefügt werden (SVN darf nicht *null* sein, da Teil des Schlüssels).
- Löschanomalie
 - Wenn ein Projekt gelöscht wird, werden als Nebeneffekt auch alle Angestellten gelöscht, die auf diesem Projekt arbeiten.

Richtlinien für den relationalen Entwurf

- **Richtlinie 1:** Jedes Tupel einer Relation sollte nur die Instanz *einer* Entität oder Beziehung darstellen.
- **Richtlinie 2:** Update-, Einfüge- und Löschanomalien sollen vermieden werden.
- **Richtlinie 3:** Die Relationen sollen möglichst wenige *null* Werte enthalten; Attribute, die *null* Werte enthalten, kommen in eine eigene Relation (zusammen mit dem Primärschlüssel).
- **Richtlinie 4:** Durch einen natürlichen Join von Relationen sollen keine zusätzlichen (d.h. falschen) Tupel erzeugt werden.

Inhalt

- 1 Richtlinien für Relationalen Datenbankentwurf
- 2 Funktionale Abhängigkeiten**
- 3 Zerlegung von Relationen
- 4 Normalformen

Übersicht

- Was sind funktionale Abhängigkeiten?
- Armstrong-Axiome
- Richtigkeit und Vollständigkeit
- Hülle und kanonische Überdeckung

Funktionale Abhängigkeiten/1

- **Funktionale Abhängigkeiten** (FDs – functional dependencies) werden zwischen Attributmengen $X \subseteq \text{sch}(R)$ und $Y \subseteq \text{sch}(R)$ einer Relation R definiert.
- **Definition:** Y ist von X **funktional abhängig** genau dann, wenn der Wert von X einen eindeutigen Wert von Y in R vorgibt:

$$X \rightarrow Y \Leftrightarrow \forall t_1, t_2 \in R : t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y]$$

- $X \rightarrow Y$ bedeutet, dass Y von X **funktional abhängt**, bzw., dass die Attribute X die Attribute Y **funktional bestimmen**.
- FDs definieren eine **Einschränkung auf das Schema**, d.h., auf alle möglichen relationalen Instanzen von R .
- **Definition:** Eine Menge Y ist **trivial funktional abhängig** von X genau dann wenn $Y \subseteq X$.

Funktionale Abhängigkeiten/2

- Wozu FDs?

- Funktionale Abhängigkeiten werden als **formales Maß** für die Qualität eines relationalen Entwurfs verwendet.
- Funktionale Abhängigkeiten und Schlüssel werden verwendet, um **Normalformen** für Relationen zu definieren.

- Woher kommen FDs?

FDs ergeben sich aus der **zugrundeliegenden Anwendung** und werden abgeleitet von

- der Bedeutung der Attribute,
- der Beziehung der Attribute untereinander.

- **Beispiele** Funktionaler Abhängigkeiten:

- Sozialversicherungsnummer bestimmt Angestelltenname:
 - $\{SVN\} \rightarrow \{AName\}$
- Projektnummer bestimmt Projektname und Projektort:
 - $\{PNum\} \rightarrow \{PName, POrt\}$
- Angestellten SVN und Projektnummer bestimmten die Anzahl der Wochenstunden, die der Angestellte auf dem Projekt arbeitet:
 - $\{SVN, PNum\} \rightarrow \{Stunden\}$

Funktionale Abhängigkeiten/3

- Schema vs. Instanz:

- FDs sind auf dem Schema definiert und müssen für alle Instanzen gelten
- manche FDs können aufgrund einer gegebenen Instanz ausgeschlossen werden (weil diese die FD verletzen würde)

- Notation:

- Statt $\{A, B\}$ schreiben wir AB (oder A, B), z.B. $AB \rightarrow BCD$ statt $\{A, B\} \rightarrow \{B, C, D\}$.
- Für eine Menge von Attributen X (z.B., $X = \{A, B, C\}$) und ein einzelnes Attribut A schreiben wir $X - A$ statt $X - \{A\}$.

Integrierte Übung 6.1

Betrachten Sie die abgebildete Instanz der Relation $R[A, B, C]$. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- a. $B \rightarrow C$ gilt für die Relation R .
- b. $C \rightarrow B$ gilt für die Relation R .
- c. $BC \rightarrow A$ gilt in der abgebildeten Instanz von R .
- d. A ist der Primärschlüssel von R .

R		
A	B	C
1	1	3
2	1	1
3	2	2
4	1	1

Schlüssel (Auffrischung)

- **Superschlüssel**: Teilmenge der Attribute einer Relation, welche in jeder gültigen Ausprägung **eindeutige Werte** annimmt.
- Ein **Kandidatschlüssel** K ist ein Superschlüssel für den gilt, dass durch die Entfernung eines beliebigen Attributes von K die Superschlüssel-Eigenschaft von K verloren geht.
- Eine *beliebiger* Kandidatenschlüssel wird als **Primärschlüssel** ausgewählt.
- *Notation*: Die Attribute des Primärschlüssels werden unterstrichen:
AngProj(SVN, PNum, Stunden, AName, PName, POrt)

FDs und Schlüssel

- $K \subseteq sch(R)$ ist genau dann ein **Superschlüssel** von R , wenn

$$K \rightarrow sch(R),$$

d.h. K bestimmt *alle* Attribute in R .

- $K \subseteq sch(R)$ ist genau dann ein **Kandidatschlüssel** von R , wenn folgendes gilt:

1. K ist ein Superschlüssel von R , d.h.

$$K \rightarrow sch(R)$$

2. K kann nicht mehr verkleinert werden, ohne die Superschlüssel-Eigenschaft zu verlieren, d.h.

$$\forall A \in K : (K - A) \nrightarrow sch(R)$$

Armstrong-Axiome/1

- Für eine bestimmte Menge F von FDs können zusätzliche FDs hergeleitet werden, die immer gelten, wenn die FDs in F gelten.
- **Armstrong-Axiome**¹ (Inferenzregeln):
 - Reflexivität: $Y \subseteq X \models X \rightarrow Y$
 - Verstärkung: $X \rightarrow Y \models XZ \rightarrow YZ$
 - Transitivität: $X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z \models X \rightarrow Z$
- **Notation:**
 - $A \models B$ heißt: von A kann B hergeleitet werden
 - XZ steht für $X \cup Z$
- Die Armstrong-Axiome sind **korrekt** und **vollständig**:
 - Diese Regeln sind gültig (korrekt) und alle anderen gültigen Regeln können von diesen Regeln abgeleitet werden (vollständig).

¹William W. Armstrong: Dependency Structures of Data Base Relationships, pages 580-583. IFIP Congress, 1974.

Beispiel: Armstrong-Axiome

Zeige oder widerlege folgende Herleitungen:

$$X \rightarrow Y, X \rightarrow W, WY \rightarrow Z \models \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Z}$$

Lösung:

Verstärkung: $X \rightarrow Y \models XX \rightarrow XY = X \rightarrow XY$
 $X \rightarrow W \models XY \rightarrow WY$

Transitivität: $X \rightarrow XY, XY \rightarrow WY \models X \rightarrow WY$
 $X \rightarrow WY, WY \rightarrow Z \models \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Z}$

Integrierte Übung 6.2

Zeige oder widerlege folgende Herleitungen:

1. $X \rightarrow Y, Z \subseteq Y \models X \rightarrow Z$

2. $XY \rightarrow Z, Y \rightarrow W \models XW \rightarrow Z$

Armstrong-Axiome/2

- Folgende **zusätzliche Inferenzregeln** werden oft verwendet:
 - Dekompositionsregel: $X \rightarrow YZ \models X \rightarrow Y, X \rightarrow Z$
 - Vereinigungsregel: $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z \models X \rightarrow YZ$
 - Pseudotransitivitätsregeln: $X \rightarrow Y, WY \rightarrow Z \models WX \rightarrow Z$
- Diese zusätzlichen Inferenzregeln (und alle anderen möglichen Inferenzregeln) lassen sich aufgrund der Vollständigkeit der Armstrong-Axiome aus diesen ableiten.

Hülle/1

- Die Hülle F^+ (closure) der Menge F von FDs ist die Menge aller FDs die von F hergeleitet werden können.
- Die Hülle $\mathcal{H}(F, X)$ einer Menge von Attributen X bezüglich F ist die Menge aller Attribute, welche von X funktional abhängig sind.
- F^+ und $\mathcal{H}(F, X)$ können durch wiederholte Anwendung der Armstrong-Axiome berechnet werden.

Hülle/2

- Die **Attribut-Hülle** $\mathcal{H}(F, X)$ der Attributmenge X bezüglich F kann auch durch folgenden **Algorithmus** berechnet werden.

$\mathcal{H}(F, X)$

$Erg := X$

while (Änderungen an Erg) **do**

foreach FD $A \rightarrow B$ **in** F **do**

if $A \subseteq Erg$ **then** $Erg := Erg \cup B$

return Erg

- Input: Menge F von FDs, Attributmenge X
- Output: Attributhülle von X bezüglich F

Integrierte Übung 6.3

Gegeben die Relation $R[A, B, C, D]$ mit der Menge $F = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow A, C \rightarrow B\}$ von FDs.

- Berechnen Sie die Attributhülle von C .
- Bestimmen Sie alle Kandidatenschlüssel von R .

Überdeckung und Äquivalenz

- F ist eine **Überdeckung** von G (F covers G) wenn jede FD in G von F hergeleitet werden kann, i.e., $G^+ \subseteq F^+$.
- Zwei Mengen F und G von FDs sind **äquivalent** genau dann wenn $F^+ = G^+$.
- Gleichbedeutende Definitionen von äquivalent:
 - Jede FD in F kann von G hergeleitet werden und jede FD in G kann von F hergeleitet werden.
 - F ist eine Überdeckung von G und G ist eine Überdeckung von F .

Membership und Äquivalenz

- **Membership-Problem:** Ist $X \rightarrow Y$ in F^+ ?
- Das Membership-Problem für $X \rightarrow Y$ und einer Menge F von FDs kann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$X \rightarrow Y \in F^+ \Leftrightarrow Y \subseteq \mathcal{H}(F, X)$$

- Der Algorithmus zur Berechnung der Attributhülle kann also für das Membership-Problem angewandt werden.
- **Membership-Algorithmus zur Äquivalenz** zwischen F und G :
 1. Teste für alle FDs in F ob sie in G^+ sind.
 2. Teste für alle FDs in G ob sie in F^+ sind.
 3. F und G sind genau dann äquivalent, wenn alle Membership-Tests erfolgreich waren.

Beispiel: Äquivalenz/1

Betrachte $F = \{A \rightarrow C, AC \rightarrow D, E \rightarrow AD, E \rightarrow H\}$ und $G = \{A \rightarrow CD, E \rightarrow AH\}$. Sind F und G äquivalent?

Zeigen oder widerlegen Sie die Äquivalenz indem Sie die folgenden Aussagen überprüfen:

1. F ist eine Überdeckung von G (mithilfe der Armstrong-Axiome)
2. G ist eine Überdeckung von F (mithilfe von Membership-Tests)

Beispiel: Äquivalenz/2

1. F ist Überdeckung von G :

Für jedes $X \rightarrow Y \in G$ überprüfen wir: $X \rightarrow Y \in F^+$?

$$\underline{A \rightarrow CD \in F^+}:$$

$$\text{Verstärkung} \\ A \rightarrow C \models A \rightarrow AC$$

$$\text{Transitivität} \\ A \rightarrow AC, AC \rightarrow D \models A \rightarrow D$$

$$\text{Vereinigung} \\ A \rightarrow C, A \rightarrow D \models A \rightarrow CD$$

$$\underline{E \rightarrow AH \in F^+}:$$

$$\text{Vereinigung} \\ E \rightarrow H, E \rightarrow AD \models E \rightarrow HAD$$

$$\text{Dekomposition} \\ E \rightarrow HAD \models E \rightarrow AH, E \rightarrow D$$

2. G ist Überdeckung von F :

Für jedes $X \rightarrow Y \in F$ überprüfen wir: $X \rightarrow Y \in G^+$?

$$\underline{A \rightarrow C}:$$

$$C \subseteq \mathcal{H}(G, A) = \{A, C, D\} \\ \Rightarrow A \rightarrow C \in G^+$$

$$\underline{AC \rightarrow D}:$$

$$D \subseteq \mathcal{H}(G, AC) = \{A, C, D\} \\ \Rightarrow AC \rightarrow D \in G^+$$

$$\underline{E \rightarrow AD}:$$

$$AD \subseteq \mathcal{H}(G, E) = \{E, A, H, C, D\} \\ \Rightarrow E \rightarrow AD \in G^+$$

$$\underline{E \rightarrow H}:$$

$$H \subseteq \mathcal{H}(G, E) = \{E, A, H, C, D\} \\ \Rightarrow E \rightarrow H \in G^+$$

Kanonische Überdeckung

- Zu einer gegebenen Menge F von FDs nennt man F_c eine **kanonische Überdeckung** wenn folgende drei Eigenschaften erfüllt sind:
 1. $F_c^+ = F^+$ (d.h., F_c und F sind äquivalent)
 2. In F_c existieren keine FDs $X \rightarrow Y$, bei denen X oder Y überflüssige Attribute enthalten, d.h., es muss gelten:
 - Keine FD $X \rightarrow Y$ in F_c kann durch $X' \rightarrow Y$ mit $X' \subset X$ ersetzt werden ohne die Äquivalenz zu F zu verletzen.
 - Keine FD $X \rightarrow Y$ in F_c kann durch $X \rightarrow Y'$ mit $Y' \subset Y$ ersetzt werden ohne die Äquivalenz zu F zu verletzen.
 3. Jede linke Seite einer funktionalen Abhängigkeit in F_c ist einzigartig.
- Die kanonische Überdeckung ist sozusagen eine **minimale Menge von FDs** welche noch äquivalent ist zu F .
- Jedes Menge F von FDs hat eine kanonische Überdeckung.
- Es kann mehrere kanonische Überdeckungen geben.

Algorithmus für Kanonische Überdeckung/1

Eine kanonische Überdeckung der Menge F von FDs kann folgendermaßen berechnet werden.

1. **Linksreduktion:** Führe für alle $X \rightarrow Y \in F$ eine Linksreduktion durch.

- Linksreduktion für $X \rightarrow Y$: Überprüfe für alle einzelnen Attribute $A \in X$:

$$Y \subseteq \mathcal{H}(F, X - A)$$

Falls dies gilt, ist A überflüssig und $X \rightarrow Y$ wird in F durch $(X - A) \rightarrow Y$ ersetzt:

$$F := F - \{X \rightarrow Y\} \cup \{(X - A) \rightarrow Y\}$$

2. **Rechtsreduktion:** Führe für alle (verbleibenden) $X \rightarrow Y \in F$ eine Rechtsreduktion durch.

- Rechtsreduktion für $X \rightarrow Y$: Überprüfe für alle $B \in Y$ ob

$$B \in \mathcal{H}(F - \{X \rightarrow Y\} \cup \{X \rightarrow (Y - B)\}, X)$$

Falls dies gilt, ist B auf der rechten Seite überflüssig und kann eliminiert werden, d.h., $X \rightarrow Y$ wird in F durch $X \rightarrow (Y - B)$ ersetzt.

Algorithmus für Kanonische Überdeckung/2

3. **Entfernen von leeren Mengen:** Entferne alle FDs der Form $X \rightarrow \emptyset$, die möglicherweise durch die Rechtsreduktion entstanden sind.
4. **Vereinigung:** Fasse mittels der Vereinigungsregel FDs der Form $X \rightarrow Y_1, X \rightarrow Y_2, \dots, X \rightarrow Y_n$ zusammen zu $X \rightarrow (Y_1 \cup Y_2 \cup \dots \cup Y_n)$.

Eigenschaften des Algorithmus:

- Dieser Algorithmus erzeugt eine der möglichen kanonischen Überdeckungen.
- Je nach Ordnung der FDs können andere kanonische Überdeckungen herauskommen.

Beispiel: Kanonische Überdeckung berechnen

Gegeben die Menge $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, AB \rightarrow E, B \rightarrow ED\}$ von FDs.
Bestimme die kanonische Überdeckung F_c von F .

1. Linksreduktion: $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow E, B \rightarrow ED\}$
 - wenn links nur 1 Attribut steht kann nie reduziert werden
 - $AB \rightarrow E$ könnte optional auch um B reduziert werden
2. Rechtsreduktion: $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow \emptyset, B \rightarrow ED\}$
 - jedes der fünf Attribute auf der rechten Seite muss überprüft werden
 - statt $B \rightarrow E$ könnte optional $B \rightarrow ED$ rechts um E reduziert werden
3. Entfernen von leeren Mengen: $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow ED\}$
4. Vereinigung: $F = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow ED\}$

Die Kanonische Überdeckung ist $F_c = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow ED\}$

Inhalt

- 1 Richtlinien für Relationalen Datenbankentwurf
- 2 Funktionale Abhängigkeiten
- 3 Zerlegung von Relationen**
- 4 Normalformen

Zerlegungen und deren Eigenschaften

- Zerlegung (decomposition) von Relationen
- Verlustlosigkeit (lossless join decomposition)
- Abhängigkeitsbewahrung (dependency preservation)

Relationale Entwurf durch Zerlegung

- Sinn der Zerlegung einer Relation ist das **Vermeiden von Redundanzen**
- **Zerlegung**: Schema einer Relation R in Schemas $Z = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ zerlegen, sodass

$$sch(R) = sch(R_1) \cup sch(R_2) \cup \dots \cup sch(R_n)$$

- Für eine Instanz von R berechnen sich die **neuen Relationen** R_i :

$$R_1 = \pi_{sch(R_1)}(R)$$

$$R_2 = \pi_{sch(R_2)}(R)$$

...

$$R_n = \pi_{sch(R_n)}(R)$$

- **Korrektheitskriterien** für Zerlegungen von R in $Z = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$:
 - Verlustlosigkeit: für jede Instanz muss R aus $R_1, R_2, \dots, R_n$ rekonstruierbar sein.
 - Abhängigkeitsbewahrung: die FDs von R müssen auf $R_1, R_2, \dots, R_n$ übertragbar sein.

Integrierte Übung 6.4

Gegeben eine Relation $R[A, B, C]$ mit der Instanz $R = \{(\alpha, x, 0), (\beta, y, 2), (\gamma, z, 1), (\alpha, y, 2)\}$.

Zerlege R in $R_1[A, B]$, $R_2[B, C]$.

Verlustlosigkeit

- **Verlustlosigkeit** (lossless join decomposition):
Eine Zerlegung von R mit FDs F in $R_1, R_2, \dots, R_n$ ist genau dann verlustlos, wenn für jede Instanz von R die F erfüllt gilt:

$$\pi_{sch(R_1)}(R) \bowtie \pi_{sch(R_2)}(R) \bowtie \dots \bowtie \pi_{sch(R_n)}(R) = R$$

- **Beachte:** Das Wort “verlustlos” bezieht sich auf Information, nicht die Anzahl der Tupel. Im Gegenteil: Joins auf nicht verlustlose Zerlegungen erzeugen zusätzliche (falsche) Tupel.
- **Satz:** R_1 und R_2 sind eine **verlustlose Zerlegung** von R bezüglich der FDs F genau dann wenn
 - $(sch(R_1) \cap sch(R_2)) \rightarrow sch(R_1)$ ist in F^+ oder
 - $(sch(R_1) \cap sch(R_2)) \rightarrow sch(R_2)$ ist in F^+
- **Intuition:** Die Join-Attribute zwischen R_1 und R_2 sollen entweder für R_1 oder R_2 einen Schlüssel darstellen, d.h., alle natürlichen Joins sind Fremdschlüssel-Joins.

Integrierte Übung 6.5

Gegeben eine Relation $R[A, B, C]$ mit der Instanz $R = \{(\alpha, x, 0), (\beta, y, 2), (\gamma, z, 1), (\alpha, y, 2)\}$ und den funktionalen Abhängigkeiten $FD = \{AC \rightarrow B, B \rightarrow C\}$.

R wird in $Z = \{R_1[A, B], R_2[B, C]\}$ zerlegt.

- a. Überprüfe, ob für diese Instanz von R Verlustlosigkeit gilt.
- b. Ist die Zerlegung Z für R mit F für alle Instanzen verlustlos?
- c. Was passiert mit der Zerlegung, wenn das Tupel $(\alpha, y, 2)$ durch $(\alpha, z, 2)$ ersetzt wird, sodass $B \rightarrow C$ nicht mehr erfüllt ist?

Integrierte Übung 6.5

- a. Überprüfe, ob für diese Instanz von R Verlustlosigkeit gilt.

- b. Ist die Zerlegung Z für R mit F für alle Instanzen verlustlos?

Integrierte Übung 6.5

- c. Was passiert mit der Zerlegung, wenn das Tupel $(\alpha, y, 2)$ durch $(\alpha, z, 2)$ ersetzt wird, sodass $B \rightarrow C$ nicht mehr erfüllt ist?

Einschränkung

- Gegeben eine Zerlegung $Z = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ von R mit FDs F_R .
- Eine **Einschränkung** F_{R_i} von F_R auf R_i ist eine Menge von FDs, sodass F_{R_i} äquivalent ist zur Menge aller FDs $X \rightarrow Y \in F_R^+$ mit $(X \cup Y) \subseteq R_i$.

- **Beispiel:** $R[A, B, C, D]$, $F_R = \{A \rightarrow C, C \rightarrow B\}$
Zerlegung: $R_1[A, B]$, $R_2[C, D]$

Einschränkungen: $F_{R_1} = \{A \rightarrow B\}$, $F_{R_2} = \emptyset$

→ Es reicht also *nicht* die FDs von F_R zu übernehmen, in denen nur Attribute von R_i vorkommen

- $A \rightarrow B$ gehört zu F_{R_1} obwohl es in F_R nicht vorkommt
- $A \rightarrow B$ kommt jedoch in F_R^+ vor

→ F_{R_2} enthält nur triviale FDs.

Berechnen der Einschränkung

- **gegeben:** Relation R mit FDs F_R , Zerlegung $Z = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$
- **gesucht:** Einschränkung F_{R_i}

- **Algorithmus:**

$$F_{R_i} = \emptyset$$

für jede echte Teilmenge $X \subset \text{sch}(R_i)$:

$$Y = \mathcal{H}(F_R, X) \setminus X \quad // \text{ triviale FDs entfernen}$$

$$Y = Y \cap \text{sch}(R_i) \quad // \text{ nur Attribute aus } R_i \text{ betrachten}$$

falls $Y \neq \emptyset$:

$$F_{R_i} = F_{R_i} \cup \{X \rightarrow Y\}$$

return F_{R_i}

Abhängigkeitsbewahrung/2

- **Abhängigkeitsbewahrung:** Eine Zerlegung $Z = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ von R mit FDs F_R ist abhängigkeitsbewahrend genau dann wenn für die entsprechenden Einschränkungen F_{R_i} gilt:

$$F_R^+ = (F_{R_1} \cup F_{R_2} \cup \dots \cup F_{R_n})^+$$

- **Intuition:** Bei abhängigkeitsbewahrender Zerlegung kann jede FD **lokal** auf einer Relation R_i geprüft werden.
- **Praktische Bedeutung** der Abhängigkeitsbewahrung:
 - FDs müssen bei jeder Änderung der Datenbank geprüft werden.
 - Wenn FDs nicht auf einzelnen Relation R_i geprüft werden können, muss ein Join $R_i \bowtie R_j$ zur Prüfung durchgeführt werden.
 - Das ist in der Praxis viel zu teuer.

Beispiel: Einschränkung u. Abhängigkeitsbewahrung

Gegeben $R[A, C, D]$, $F_R = \{A \rightarrow D, D \rightarrow C, C \rightarrow D\}$, sowie die Zerlegung von R in $R_1[A, C]$, $R_2[C, D]$.

- a. Berechnen Sie die Einschränkungen F_{R_1} und F_{R_2} von F_R .
- b. Ist diese Zerlegung abhängigkeitsbewahrend?

- a. Einschränkungen:

$$\mathcal{H}(F, A) \setminus \{A\} = \{D, C\}$$

$$\mathcal{H}(F, C) \setminus \{C\} = \{D\}$$

$$\mathcal{H}(F, D) \setminus \{D\} = \{C\}$$

$$F_{R_1} = \{A \rightarrow C\}$$

$$F_{R_2} = \{C \rightarrow D, D \rightarrow C\}$$

$$\begin{aligned} \text{b. Wir prüfen: } F_R^+ &= (F_{R_1} \cup F_{R_2})^+ \\ \{A \rightarrow D, D \rightarrow C, C \rightarrow D\}^+ &= \\ \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow C\}^+ \end{aligned}$$

$F_R^+ \supseteq (F_{R_1} \cup F_{R_2})^+$, da wir F_{R_1} und F_{R_2} aus F_R hergeleitet haben.

$$F_R^+ \subseteq (F_{R_1} \cup F_{R_2})^+?$$

$$A \rightarrow C, C \rightarrow D \stackrel{T}{\models} A \rightarrow D$$

✓

Inhalt

- 1 Richtlinien für Relationalen Datenbankentwurf
- 2 Funktionale Abhängigkeiten
- 3 Zerlegung von Relationen
- 4 Normalformen**

Normalisierung/1

Übersicht über die Normalformen:

- 1NF: Attributwerte müssen atomar sein.
- 2NF, 3NF, BCNF: basieren auf Schlüsseln und FDs einer Relation
- 4NF: basieren auf Schlüsseln und mehrwertigen Abhängigkeiten (multi-valued dependencies, MVDs)
- 5NF: basieren auf Schlüsseln und Join Dependencies (JDs)

Weiters müssen beim relationalen Entwurf berücksichtigt werden:

- Verlustlosigkeit der entsprechenden Joins (sehr wichtig, darf niemals geopfert werden)
- Abhängigkeitsbewahrung der funktionalen Abhängigkeiten (kann unter Umständen aufgegeben werden)

Normalisierung/2

- **Normalisierung:** Die Attribute eines (schlechten) Schemas einer Relation werden auf kleinere (gute) Schemas aufteilen, welche den Normalformen genügen.
- Die Normalisierung wurde von **Codd im Jahr 1972** eingeführt.
- Während des **Normalisierungsprozesses** werden eine Reihe von Tests auf einem Schema durchgeführt um zu überprüfen, ob sich das Schema in einer bestimmten Normalform befindet.
- Eine **normalisierte Datenbank** besteht aus *guten* Schemas.
- **Praxistipp:** Datenbank-Designer brauchen nicht bis zur höchsten Normalform normalisieren:
 - es gibt einen Trade-off zwischen NF und Abfrage-Effizienz
 - normalerweise wird 3NF, BCNF oder 4NF ausgewählt

Normalisierung/3

- **Kontrollierte Redundanz:**

- Redundanz, welche dem System bekannt ist
- kontrollierte Redundanz ist gut
- Beispiele: Fremdschlüssel, Indices

- **Denormalisierung:**

- Der Join mehrerer Relationen in einer höheren Normalform wird als Relation gespeichert.
- Die Ergebnis-Relation befindet sich in einer niedrigeren Normalform, da Joins Normalformen zerstören.

Erste Normalform (1NF)/1

- **Verbietet:**
 - zusammengesetzte Attribute
 - mehrwertige Attribute
 - verschachtelte Relationen: Attribute, deren Wert für jedes Tupel eine Relation ist
- 1NF wird oft als **Teil der Definition** einer Relation gesehen.
- **Beispiel:** Folgende Instanz der Relation *Fachbereiche* ist nicht in 1NF (mehrwertiges Attribut):

Fachbereiche

FName	FNum	LeiterSVN	Standorte
Research	5	334455	{ Salzburg, Wien, Linz }
Administration	4	987654	{ Innsbruck }
Headquarters	1	888666	{ Linz }

Erste Normalform (1NF)/2

- **Abhilfe** um 1NF zu erhalten:
 - zusammengesetzte Attribute: jeder Teil wird ein eigenes Attribut
 - mehrwertige Attribute: neues Tupel für jeden Wert des mehrwertigen Attributs erzeugen
 - geschachtelte Relationen: neues Tupel für jedes Tupel der geschachtelten Relation erzeugen
- **Beispiel:** *Fachbereiche* in 1NF gebracht.

Fachbereiche_1NF

FName	FNum	LeiterSVN	Standort
Research	5	334455	Salzburg
Research	5	334455	Wien
Research	5	334455	Linz
Administration	4	987654	Innsbruck
Headquarters	1	888666	Linz

Zweite Normalform (2NF)/1

- **Zweite Normalform (2NF):** Eine Relation R befindet sich in der zweiten Normalform (2NF) genau dann wenn sie sich in 1NF befindet und jedes Nicht-Schlüssel Attribut voll funktional abhängig von allen Kandidatenschlüsseln ist.
- **Nicht-Schlüssel Attribut:** Attribut, das nicht Teil eines Kandidatenschlüssels (inklusive Primärschlüssel) ist.
- Ein Attribut A ist **voll funktional abhängig** vom Kandidatenschlüssel K ($K \xrightarrow{\bullet} A$), wenn es keine echte Teilmenge $X \subset K$ gibt, sodass $X \rightarrow A$:

$$K \xrightarrow{\bullet} A \Leftrightarrow K \rightarrow A \wedge \forall X \subset K : X \not\rightarrow A$$

- **Intuition:** 2NF ist verletzt, wenn mehrere Entitäten in einer einzigen Relation modelliert werden.

Zweite Normalform (2NF)/2

- **Beispiel:** Folgende Relation ist nicht in 2NF:

AngProj

SVN	PNum	Stunden	AName	PName	POrt
1234	1	32.5	Schmidt	ProductX	Salzburg
1234	2	7.5	Schmidt	ProductY	Wien
6688	3	40.5	Mair	ProductZ	Linz
4567	1	20.0	Huber	ProductX	Salzburg
4567	2	20.0	Huber	ProductY	Wien
3334	2	10.0	Wong	ProductY	Wien
3334	3	10.0	Wong	ProductZ	Linz
3334	10	10.0	Wong	Computerization	Innsbruck
3334	20	10.0	Wong	Reorganization	Linz

- Warum ist *AngProj* nicht in 2NF?
 - Kandidatenschlüssel ist {SVN, PNum}, von dem aber nur *Stunden* voll funktional abhängig ist.
 - SVN ist ein Teilschlüssel der AName bestimmt.
 - PNum ist ein Teilschlüssel der PName und POrt bestimmt.

Zweite Normalform (2NF)/3

- **Abhilfe** um 2NF zu erhalten:

- neue Relation für jeden Teilschlüssel mit seinen abhängigen Attributen
- eine Relation mit ursprünglichem Schlüssel und allen voll funktional abhängigen Attributen

- **Beispiel:** *AngProj*[*SVN*, *PNum*, *Stunden*, *AName*, *PName*, *POrt*]

- FDs:

- $\{SVN, PNum\} \rightarrow Stunden, SVN \rightarrow AName, PNum \rightarrow \{PName, POrt\}$
- $\{SVN, PNum\}$ ist einziger Kandidatenschlüssel.
- *SVN* und *PNum* sind Teilschlüssel mit abhängigen Attributen.

2NF Normalisierung von *AngProj*:

- *AngProj*1(*SVN*, *AName*)
- *AngProj*2(*PNum*, *PName*, *POrt*)
- *AngProj*3(*SVN*, *PNum*, *Stunden*)

Integrierte Übung 6.6

Befinden sich die folgenden Relationen in 2NF?

- a. $R[A, B, C]$ mit $F = \{B \rightarrow C\}$
- b. $R[A, B, C]$ mit $F = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow C\}$

Zweite Normalform reicht nicht aus

- Für Relation *AngFB* gelten folgende funktionale Abhängigkeiten:
 - $fd1 : SVN \rightarrow sch(AngFB)$ (d.h. SVN ist Kandidatenschlüssel)
 - $fd2 : FNum \rightarrow \{FName, LeiterSVN\}$

AngFB

AName	SVN	Jahrgang	Adresse	FNum	FName	LeiterSVN
Schmidt	1234	1965	Linz	5	Research	2345
Schmidt	2345	1965	Linz	5	Research	2345
Wong	6688	1968	Linz	4	Admin	4567
Zelaya	4567	1941	Linz	4	Admin	4567
Borg	3334	1937	Dallas	4	Admin	4567

- AngFB* ist in 2NF, dennoch gibt es Redundanz:
 - FName* und *LeiterSVN* für einen Fachbereich werden für jeden Angestellten redundant abgelegt.
- Problem: *FName* und *LeiterSVN* sind transitiv abhängig vom Schlüssel SVN:
 - $SVN \rightarrow FNum, FNum \rightarrow FName$
 - $SVN \rightarrow FNum, FNum \rightarrow LeiterSVN$

Dritte Normalform (3NF)

- **Dritte Normalform (3NF)**: Eine Relation R befindet sich in 3NF genau dann wenn sie sich in 1NF befindet und für alle FDs $X \rightarrow Y \in F^+$ mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:
 - $X \rightarrow Y$ ist trivial (d.h. $Y \subseteq X$)
 - X ist ein Superschlüssel von R
 - jedes Attribut $A \in Y$ ist in einem Kandidatenschlüssel von R enthalten
- **Intuition**: 3NF verbietet transitive Abhängigkeiten.
- **3NF $\subset$ 2NF**: eine Relation in 3NF ist auch in 2NF

Beispiel: Dritte Normalform (3NF)

- Wir betrachten Relation *AngFB* mit den funktionale Abhängigkeiten:
 - $fd1 : SVN \rightarrow sch(AngFB)$ (d.h. SVN ist Kandidatenschlüssel)
 - $fd2 : FNum \rightarrow \{FName, LeiterSVN\}$

AngFB

AName	SVN	Jahrgang	Adresse	FNum	FName	LeiterSVN
Schmidt	1234	1965	Linz	5	Research	2345
Schmidt	2345	1965	Linz	5	Research	2345
Wong	6688	1968	Linz	4	Admin	4567
Zelaya	4567	1941	Linz	4	Admin	4567
Borg	3334	1937	Dallas	4	Admin	4567

- $fd2$ erfüllt keine der drei Bedingungen für 3NF:
 - $fd2$ ist nicht trivial
 - $FNum$ ist kein Superschlüssel von *AngFB*
 - $FName$ ist in keinem Kandidatenschlüssel enthalten
- $\Rightarrow$ *AngFB* ist nicht in 3NF.

Synthesealgorithmus zur Zerlegung in 3NF/1

- **Synthesealgorithmus:** Zerlegt das Schema einer Relation R mit funktionalen Abhängigkeiten F in die Schemas $R_1, R_2, \dots, R_n$ mit folgenden Eigenschaften:
 - alle R_i ($1 \leq i \leq n$) sind in 3NF
 - die Zerlegung ist verlustfrei
 - die Zerlegung ist abhängigkeitsbewahrend

Synthesealgorithmus zur Zerlegung in 3NF/2

Relation R mit funktionalen Abhängigkeiten F in 3NF zerlegen:

1. Bestimme kanonische Überdeckung F_c zu F .
2. Für jede funktionale Abhängigkeit $X \rightarrow Y \in F_c$:
 - a. Kreiere eine Relation R_X mit dem Schema $X \cup Y$.
 - b. Ordne R_X die FDs $F_X = \{X' \rightarrow Y' \in F_c \mid X' \cup Y' \subseteq \text{sch}(R_X)\}$ zu.
3. Falls keine der neuen Relation R_X einen Kandidatenschlüssel von R bezüglich F_c enthält, wähle einen Kandidatenschlüssel $K \subseteq \text{sch}(R)$:
 - a. Erzeuge eine Relation R_K mit Schema K .
 - b. Die FDs von R_K sind $F_K = \emptyset$.²
4. Eliminiere R und alle neue erzeugten Relationen R_i die in einer anderen Relation R_j enthalten sind, d.h., $\text{sch}(R_i) \subseteq \text{sch}(R_j)$.

²Würde F_K eine FD $X \rightarrow Y \in F_c$ enthalten, dann wäre F_K kein Kandidatenschlüssel.

Beispiel: Synthesealgorithmus

Zerlegen Sie $R[A, B, C, D, E, G]$ mit
 $F = \{A \rightarrow BD, AB \rightarrow E, B \rightarrow EG, C \rightarrow AB\}$ in 3NF.

1. kanonische Überdeckung $F_c = \{A \rightarrow BD, B \rightarrow EG, C \rightarrow A\}$
2. $R_A[A, B, D], F_A = \{A \rightarrow BD\}$
 $R_B[B, E, G], F_B = \{B \rightarrow EG\}$
 $R_C[C, A], F_C = \{C \rightarrow A\}$
3. Nichts zu tun, da Kandidatenschlüssel C in R_3 enthalten.
4. Keine redundanten Teilschemas.

3NF-Zerlegung: R_A mit F_A , R_B mit F_B , R_C mit F_C

Boyce-Codd Normal Form/1

- **Boyce-Codd Normal Form (BCNF):** Eine Relation R ist in BCNF genau dann wenn sie in 1NF ist und für alle $X \rightarrow Y \in F^+$ mindestens eine der folgenden Bedingungen gilt:
 - $X \rightarrow Y$ ist trivial (d.h. $Y \subseteq X$)
 - X ist ein Superschlüssel von R
- **BCNF $\subset$ 3NF:** Eine Relation in BCNF ist auch in 3NF.
- **Beispiel:** Folgende Relation ist in 3NF aber nicht in BCNF:

Lernen

Stud	Kurs	Buch
Schmidt	Data Structures	Bertram
Schmidt	Data Management	Martin
Hall	Compilers	Hoffman
Brown	Data Structures	Horowitz
Gale	Data Structures	Horowitz

Boyce-Codd Normal Form/2

Lernen

Stud	Kurs	Buch
Schmidt	Data Structures	Bertram
Schmidt	Data Management	Martin
Hall	Compilers	Hoffman
Brown	Data Structures	Horowitz
Gale	Data Structures	Horowitz

- FDs in der Relation *Lernen*:
 - fd1: $\{Stud, Kurs\} \rightarrow Buch$
 - fd2: $Buch \rightarrow Kurs$
- *Lernen* ist in 3NF:
 - fd1: $\{Stud, Kurs\}$ ist Kandidatenschlüssel (d.h. auch Superschlüssel)
 - fd2: *Kurs* ist im Kandidatenschlüssel enthalten
- *Lernen* ist nicht in BCNF:
 - fd2 ist nicht trivial und *Buch* ist kein Superschlüssel

Boyce-Codd Normal Form/3

- Zerlegung von *Lernen* in *KB*[*Kurs*, *Buch*] und *SB*[*Stud*, *Buch*]:

KB

Kurs	Buch
Data Structures	Bertram
Data Management	Martin
Compilers	Hoffman
Data Structures	Horowitz

SB

Stud	Buch
Schmidt	Bertram
Schmidt	Martin
Hall	Hoffman
Brown	Horowitz
Gale	Horowitz

- FDs in den Relationen *KB* und *SB*:
 - *KB* : *Buch* $\rightarrow$ *Kurs*
 - *SB* : nur triviale Anhängigkeiten
 - $\{Kurs, Stud\} \rightarrow Buch$ von *Lernen* ist verloren gegangen

Dekompositionsalgorithmus zur Zerlegung in BCNF/1

- **Dekompositionsalgorithmus:** Zerlegt das Schema einer Relation R mit funktionalen Abhängigkeiten F in die Schemas $R_1, R_2, \dots, R_n$ mit folgenden Eigenschaften:
 - alle R_i ($1 \leq i \leq n$) sind in **BCNF**
 - die Zerlegung ist **verlustfrei**
- Die Zerlegung in BCNF ist in manchen Fällen **nicht abhängigkeitsbewahrend**.

Dekompositionsalgorithmus zur Zerlegung in BCNF/2

Relation R mit funktionalen Abhängigkeiten F_R in BCNF zerlegen:

1. $Z = \{R\}$
2. Solange es ein $R_i \in Z$ gibt, sodass R_i nicht in BCNF ist:
 - a. Finde eine FD $X \rightarrow Y \in F_{R_i}^+$, sodass:
 - $X \cap Y = \emptyset$, d.h. keine (teilweise) triviale Anhängigkeit und
 - $X \not\rightarrow sch(R_i)$, d.h. X ist kein Superschlüssel von R_i
 - b. Erweitere Y zu Y' , das möglichst viele abhängige Attribute enthält:

$$X \rightarrow Y' \quad \text{wobei } Y' = \mathcal{H}(F_{R_i}, X) - X$$

- c. Zerlege R_i in zwei Relationen R_{i1} und R_{i2} mit den Schemas
 - $sch(R_{i1}) = X \cup Y'$
 $F_{R_{i1}}$ ist die Einschränkung von R_i auf R_{i1}
 - $sch(R_{i2}) = R_i - Y'$
 $F_{R_{i2}}$ ist die Einschränkung von R_i auf R_{i2}
- d. Ersetze R_i durch R_{i1} und R_{i2} in Z .

Beispiel: Dekompositionsalgorithmus/1

Gegeben $R[A, B, C, D]$ mit $F_R = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, B \rightarrow D\}$. Zerlege das Schema verlustlos in BCNF. Ist die Zerlegung abhängigkeitsbewahrend?

Lösung:

Nebenrechnung: Attributhülle der linken Seiten der FDs in F_R

$$\mathcal{H}(F_R, A) = \{A, C, D\} \quad (A \rightarrow CD)$$

$$\mathcal{H}(F_R, B) = \{B, D\} \quad (B \rightarrow D)$$

$$\mathcal{H}(F_R, C) = \{C, D\} \quad (C \rightarrow D)$$

Einzigster Kandidatenschlüssel: AB

Beispiel: Dekompositionsalgorithmus/2

1. $Z = \{R\}$
2. Loop 1: $Z = \{R\}$, R ist nicht in BCNF
 - a. teste $A \rightarrow C$
 $X = \{A\}$, $Y = \{C\}$
 $\{A\} \cap \{C\} = \emptyset \quad \checkmark$
 $A \not\rightarrow sch(R): \mathcal{H}(F_R, A) = \{A, C, D\} \neq sch(R) \quad \checkmark$
 - b. $X = \{A\}$, $Y = \{C\}$, $Y' = \mathcal{H}(F_R, A) - \{A\} = \{C, D\}$
 - c. $R_1[A, C, D]$, $F_{R_1} = \{A \rightarrow CD, C \rightarrow D\}$
 $R_2[A, B]$, $F_{R_2} = \emptyset$
 - d. $Z = \{R_1, R_2\}$

Beispiel: Dekompositionsalgorithmus/3

2. Loop 2: $Z = \{R_1, R_2\}$

R_2 ist in BCNF, da $F_{R_2} = \emptyset$

R_1 ist wegen $C \rightarrow D$ nicht in BCNF:

- $C \rightarrow D$ ist nicht trivial
- C ist kein Superschlüssel

a. teste $C \rightarrow D$:

$$X = \{C\}, Y = \{D\}$$

$$\{C\} \cap \{D\} = \emptyset \quad \checkmark$$

$$C \not\rightarrow sch(R_1): \mathcal{H}(F_R, C) = \{C, D\} \neq sch(R_1) \quad \checkmark$$

b. $X = \{C\}, Y = \{D\}, Y' = \mathcal{H}(F_{R_1}, C) - \{C\} = \{D\}$

c. $R_{11}[C, D], F_{R_{11}} = \{C \rightarrow D\}$

$$R_{12}[A, C], F_{R_{12}} = \{A \rightarrow C\}$$

d. $Z = \{R_{11}, R_{12}, R_2\}$

$$F_{R_{11}} = \{C \rightarrow D\}, F_{R_{12}} = \{A \rightarrow C\}, F_{R_2} = \emptyset$$

Loop 3: alle Relationen in Z sind in BCNF $\Rightarrow$ Ende

Beispiel: Dekompositionsalgorithmus/4

Ist die Zerlegung $Z = \{R_{11}, R_{12}, R_2\}$ mit $F_{R_{11}} = \{C \rightarrow D\}$, $F_{R_{12}} = \{A \rightarrow C\}$, $F_{R_2} = \emptyset$ abhängigkeitsbewahrend?

$$F_Z = F_{R_{11}} \cup F_{R_{12}} \cup F_{R_2} = \{C \rightarrow D, A \rightarrow C\}$$

$F_R^+ \supseteq F_Z^+$ ist erfüllt, da $F_{R_{11}}, F_{R_{12}}, F_{R_2}$ aus F_R abgeleitet wurden

$F_R^+ \subseteq F_Z^+$ ist nicht erfüllt, da $B \rightarrow D$ verloren geht:

$$B \rightarrow D \in F_R^+ \text{ aber } B \rightarrow D \notin F_Z^+ : \mathcal{H}(F_Z, B) = \{B\}$$

Die Zerlegung ist nicht abhängigkeitsbewahrend.

Zusammenfassung Normalformen

- Die **gebräuchlichsten Normalformen** sind:
 - 1NF: atomare Attribute
 - 2NF: jede Relation entspricht einer eigenen Entität
 - 3NF: keine transitiven Abhängigkeiten
 - BCNF: nur Schlüsselabhängigkeiten erlaubt
- Wenn eine Relation in **BCNF** ist, gibt es **keine Redundanz** aufgrund funktionaler Abhängigkeiten mehr.
- Für die Normalformen gilt:
$$\text{BCNF} \subset 3\text{NF} \subset 2\text{NF} \subset 1\text{NF}$$
- Jede Relation lässt sich **verlustlos** bis zu **BCNF** zerlegen.
- Jede Relation lässt sich **abhängigkeitsbewahrend** bis zu **3NF** zerlegen.
- Bei der Zerlegung in BCNF können FDs verloren gehen.